



冷凝器、蒸發器與多成份混合物熱流設計 技術

王啟川, PhD, 交通大學機械工程系特聘教授

Fellow ASME, Fellow ASHRAE

e-Mail : ccwang@mail.nctu.edu.tw

Tel: 03-5712121 ext. 55105

Sep. 17, 2013



課前說明

- 主要教材來源：『熱交換設計』，王啟川，五南出版社，2007。
- 隨時提問
 - “There are no foolish questions and no man becomes a fool until he has stopped asking questions”
 - Charles P. Steinmetz quotes (Prussian Engineer and Inventor, 1865-1923)



課程大綱：

- 冷凝、蒸發、沸騰、兩相流與混合物基本特性與基本設計方程式
- 質傳對熱傳的影響
- 多成份冷凝器設計法
- 多成份蒸發器設計法
- 計算案例

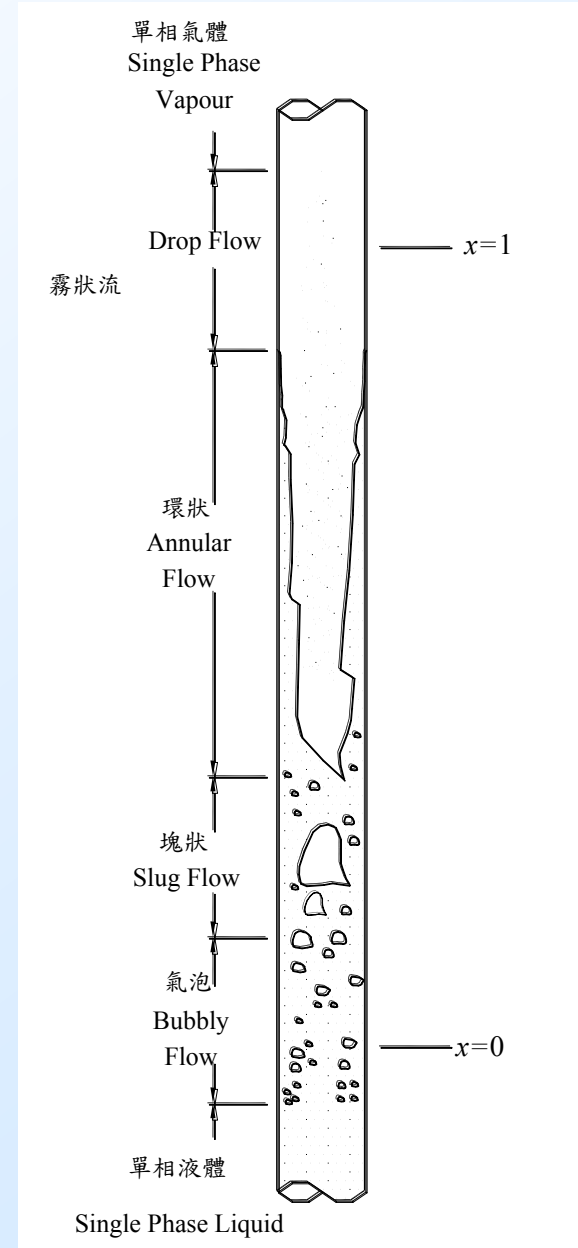
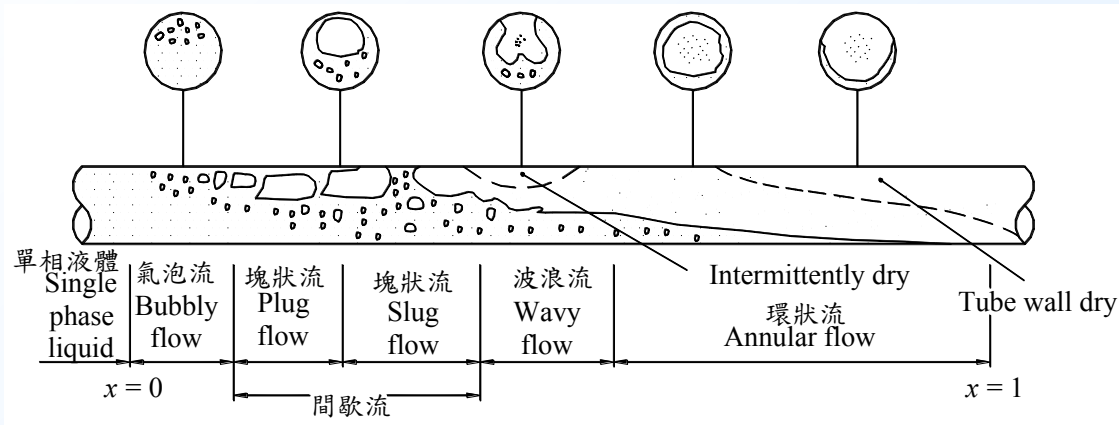


Consideration for rising/ falling film plate evaporator

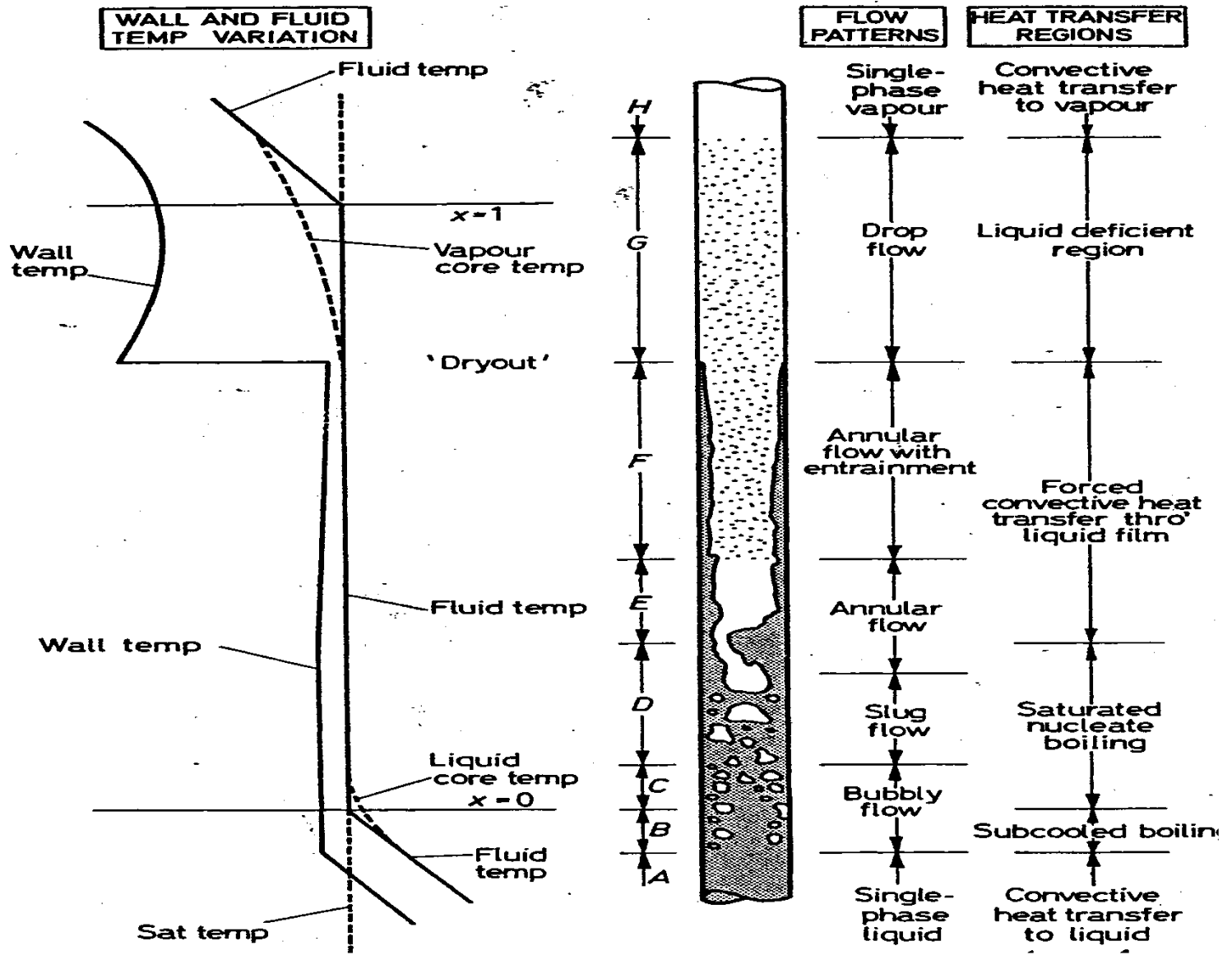
- Require operating temperatures between 80-212°F (26 to 100°C)
- Have a capacity range of 1000-35,000 lbs/ hr (450 to 16,000 kg/ hr) water removal
- Have a need for future capacity increase since evaporator capabilities can be extended by adding plate units or by the addition of extra effects
- Require the evaporator to be installed in an area that has limited headroom as low as 13 ft (4m)
- Where product quality demands a low time/ temperature relationship
- Where suspended solid level is low and feed can be passed through 50 mesh screen



典型兩相流譜



Single Phase Liquid

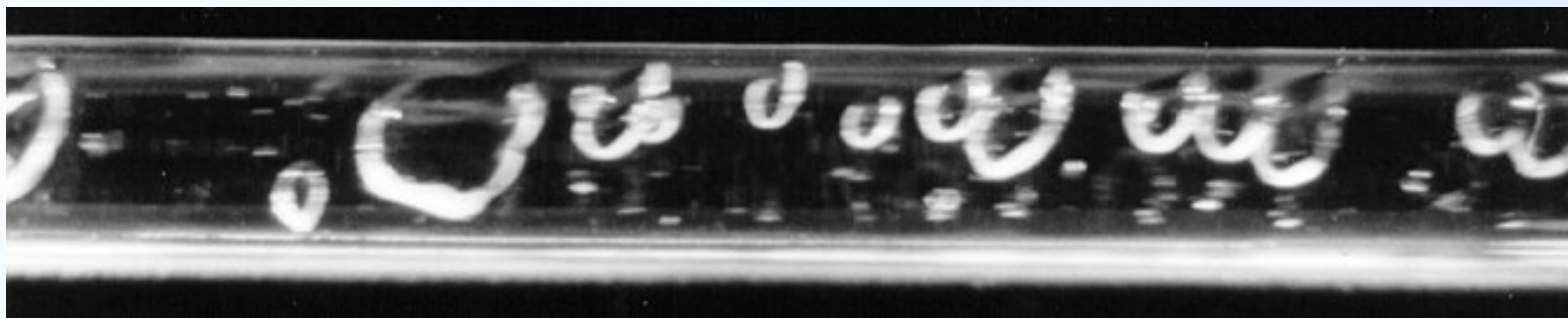


From: Collier, 1981



水平管內之氣泡流

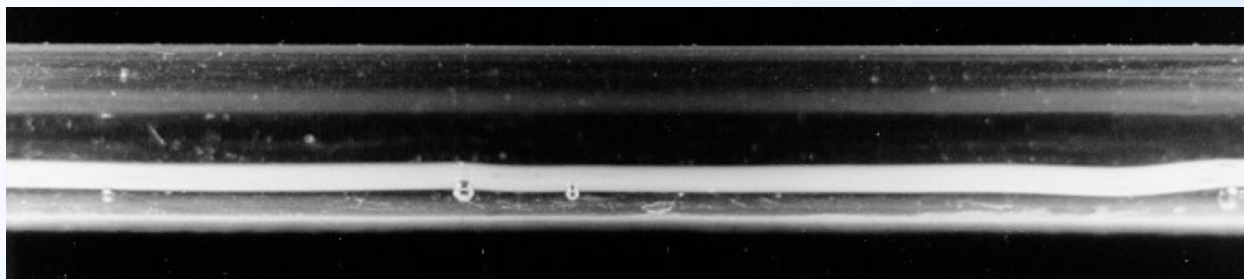
- 管內中有明顯的大小氣泡，由於管子為水平管，因此氣泡多集中於管子的上方



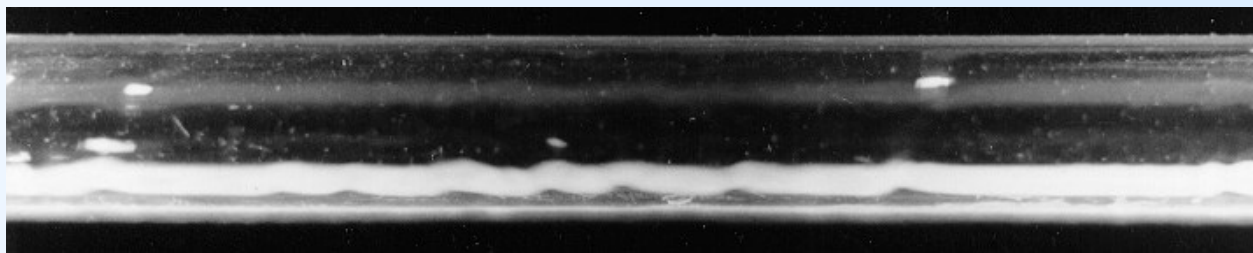


分層流 — stratified flow

- 管內中液體及氣體部份明顯的分層，由於重力的影響，因此氣態部份在管內的上方，而液態部份則在管子的下方；如果氣態與液態間的差異較大時，由於剪應力的效應，液態部份會呈現波浪狀的波浪流(wavy flow)



水平管內之分層流

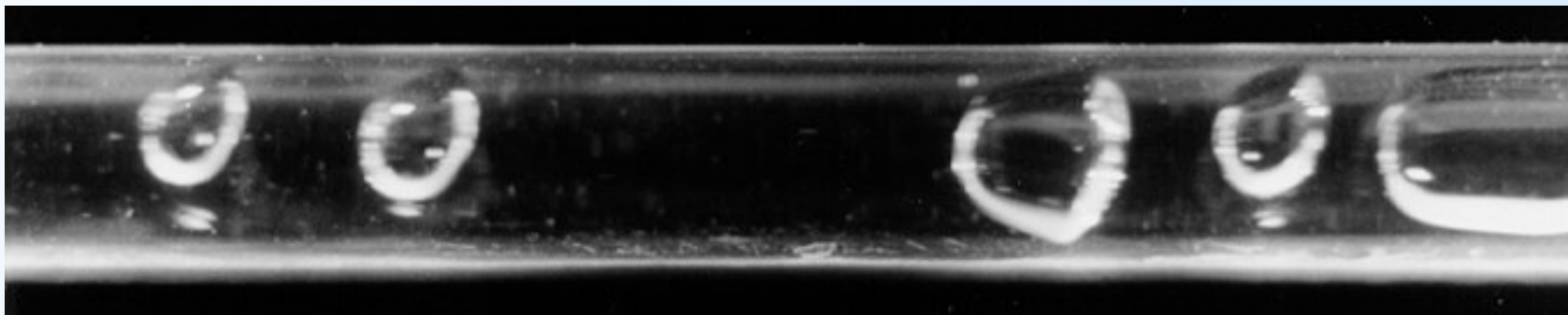


水平管內之波浪流



間歇流 — intermittent flow

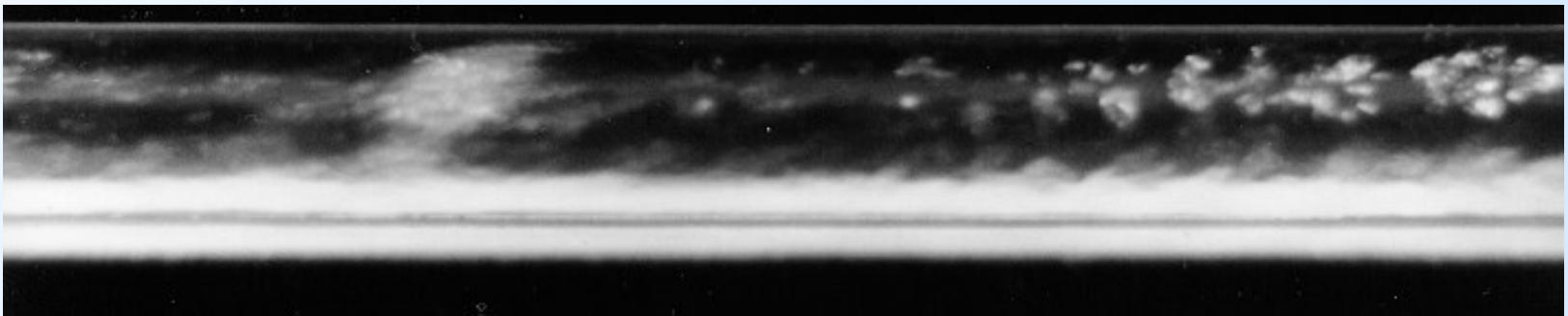
- 其兩相的流動並非連續的流動流譜，如圖所示的塊狀流動(slug flow)。通常，塊狀氣泡流過後可能會伴隨短暫的純液體流動，呈現交替性的變化，故稱之為間歇流





環狀流 — annular flow

- 環狀流，係指兩相流動時，液態部份覆蓋於管壁表面的周圍，而氣態部份則集中於管中央部份，通常此種流動型式的速度都較快，由於剪應力的效應，可能會有一部份的液體被帶到管內的中央，這一部份被夾帶到管中央的小液滴，稱之為 **entrainment**





常用的兩相流之符號及其單位

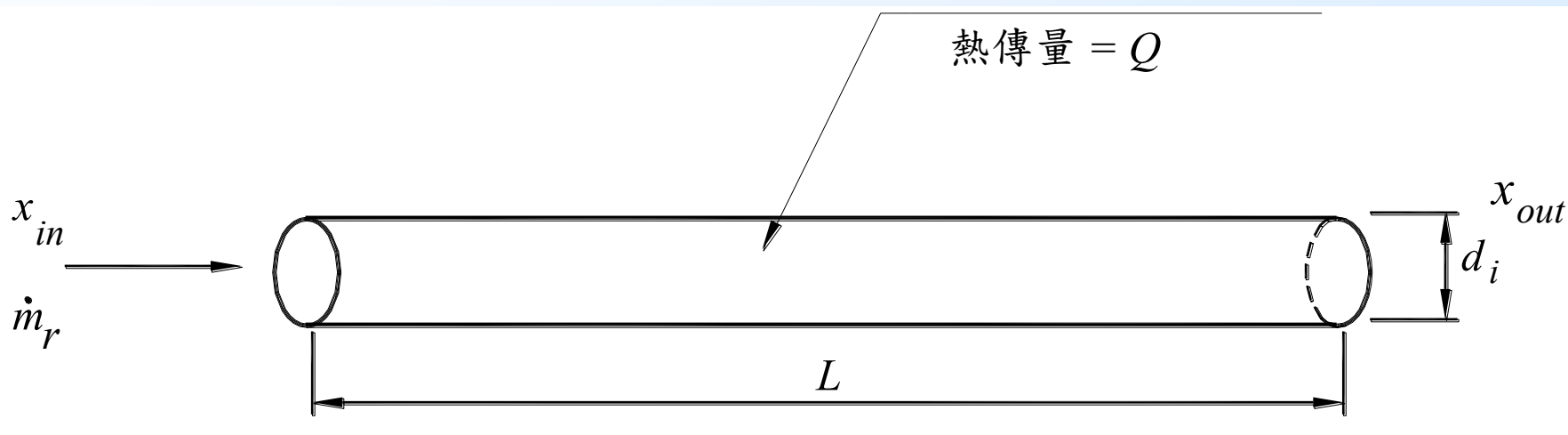
符號	說明	單位
A	管子總截面積	m^2
A_G	氣相部份所佔的截面積	m^2
A_L	液相部份所佔的截面積	m^2
α	空泡比 $\equiv A_G/A$	無因次
i	總質量流率 = $i_G + i_L$	kg/s
i_G	氣相部份質量流率	kg/s
i_L	液相部份質量流率	kg/s
i	兩相焓值 (enthalpy)	kJ/kg
i_G	氣相部份焓值 (enthalpy)	kJ/kg
i_L	液相部份焓值 (enthalpy)	kJ/kg
i_{fg}	氣液相變化潛熱 (latent heat)	kJ/kg
x	乾度 = $i - i_L$	無因次
x_{th}	熱力乾度 = $(i - i_L)/i_{fg}$	無因次
G	總質量通率 = $G_G + G_L = i$	$kg/m^2 \cdot s$
G_G	氣相部份質量通率 = Gx	$kg/m^2 \cdot s$
G_L	液相部份質量通率 = $G(1-x)$	$kg/m^2 \cdot s$
X	Martinelli 參數 $\equiv (dP_L/dP_G)^{0.5}$, 兩相流中液態部份 壓降和氣態部份的壓降比	無因次
u_G	氣相部份流速	m/s
u_L	液相部份流速	m/s



- 乾度 – quality, x , 代表氣體部份質量流量與總質量流量的比值；其標準定義為，除了這個定義外，讀者可能還看過這樣的定義：(一般熱力學上常採用的乾度)，可以想見在實際應用上很難去估算乾度 x ，這是因為最大的困難在於氣體部份的質量流量的估算，在熱交換器設計上，乾度的計算可用焓值來估算：

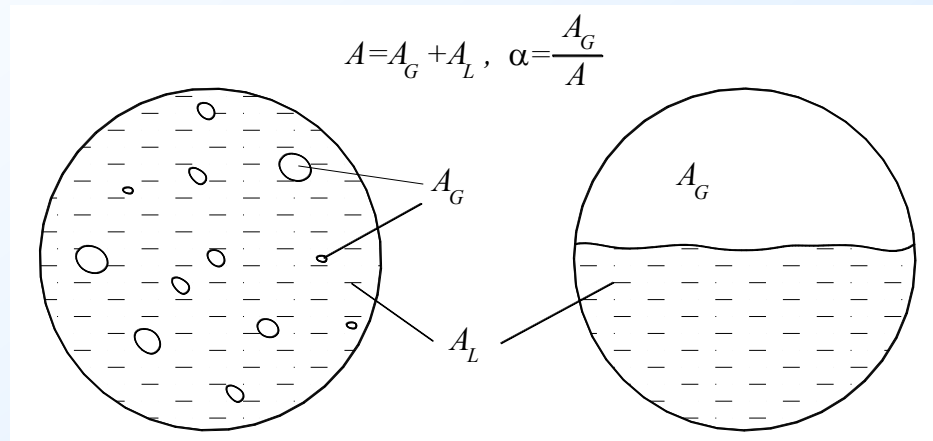


Question, 如何計算出口乾度? (潛熱為 i_{fg})





- 空泡比 (void fraction) α – 係代表兩相流中氣態部份面積與截面積的比值



$$\alpha = \left[1 + B_B \left(\frac{1-x}{x} \right)^{n_1} \left(\frac{\mu_L}{\mu_G} \right)^{n_2} \left(\frac{\rho_G}{\rho_L} \right)^{n_3} \right]^{-1}$$



Martinelli parameter X

定義為 $(dP_L/dP_G)^{0.5}$ ，如果氣液兩相都在紊流狀態下時

$$\begin{aligned}\Delta P_L &= \frac{4L}{d} f_L \frac{G_L^2}{2\rho_L} = \frac{4L}{d} 0.0791 \text{Re}_L^{-0.25} \frac{(G(1-x))^2}{2\rho_L} \\ &= \frac{4L}{d} 0.0791 \left(\frac{Gd(1-x)}{\mu_L} \right)^{-0.25} \frac{(G(1-x))^2}{2\rho_L}\end{aligned}$$

$$\Delta P_G = \frac{4L}{d} f_G \frac{G_G^2}{2\rho_G} = \frac{4L}{d} 0.0791 \text{Re}_G^{-0.25} \frac{(Gx)^2}{2\rho_G} = \frac{4L}{d} 0.0791 \left(\frac{Gdx}{\mu_G} \right)^{-0.25} \frac{(Gx)^2}{2\rho_G}$$

$$X = \left(\frac{\Delta P_L}{\Delta P_G} \right)^{0.5} = \left(\frac{\left(\frac{Gd(1-x)}{\mu_L} \right)^{-0.25} \frac{(G(1-x))^2}{2\rho_L}}{\left(\frac{Gdx}{\mu_G} \right)^{-0.25} \frac{(Gx)^2}{2\rho_G}} \right)^{0.5}$$

$$= \left(\frac{1-x}{x} \right)^{0.875} \left(\frac{\mu_L}{\mu_G} \right)^{0.125} \left(\frac{\rho_G}{\rho_L} \right)^{0.5}$$



常用兩相熱傳之經驗方程式-管外沸騰

Cooper (1984)提出的方程式

$$h_o = \begin{cases} 55q^{0.67} M^{-0.5} P_r^m (-\log_{10} P_r)^{-0.55} & \text{(平板)} \\ 90q^{0.67} M^{-0.5} P_r^m (-\log_{10} P_r)^{-0.55} & \text{(圓管)} \end{cases}$$

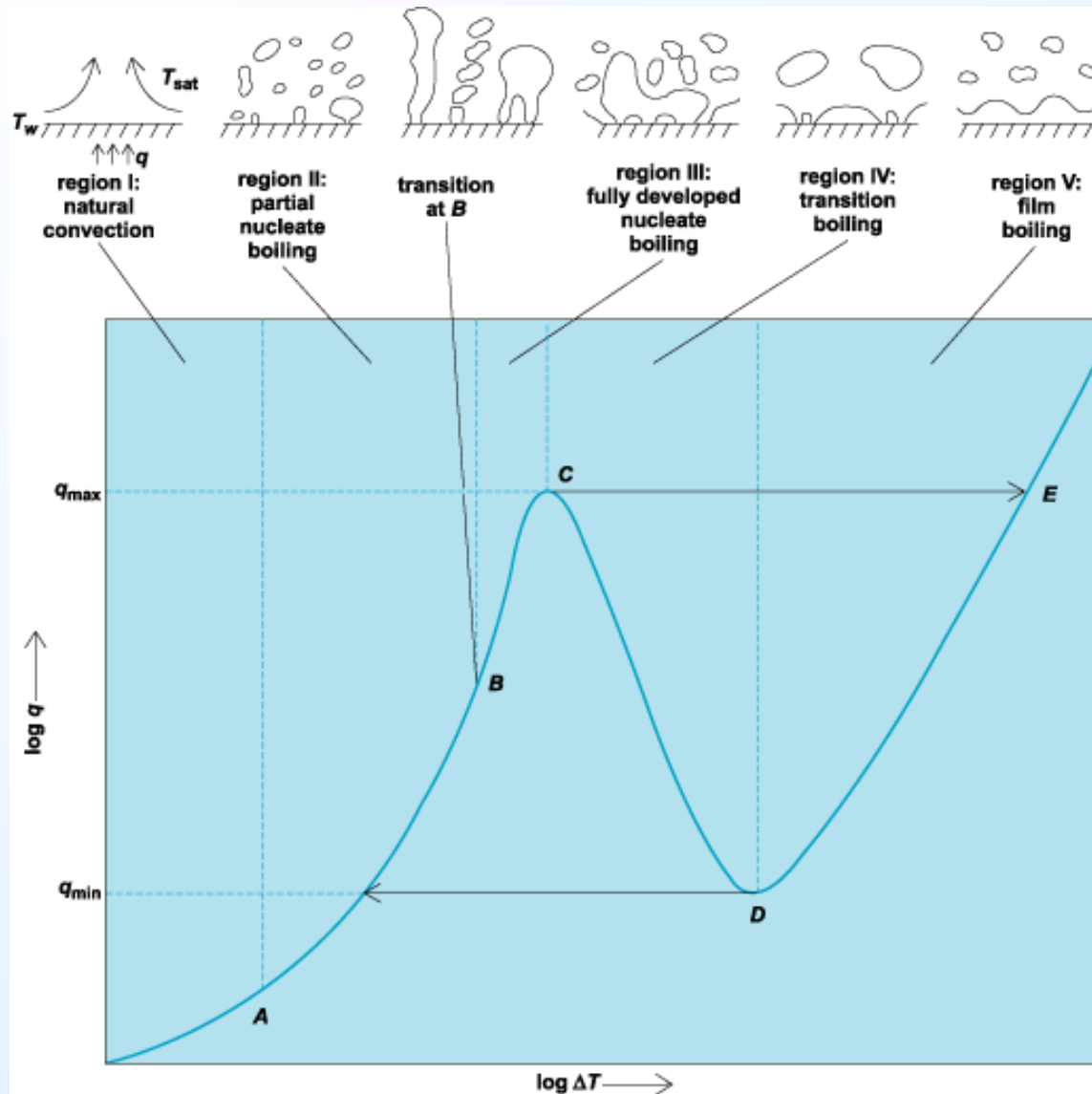
$$m = 0.12 - 0.2 \log_{10} R_p$$

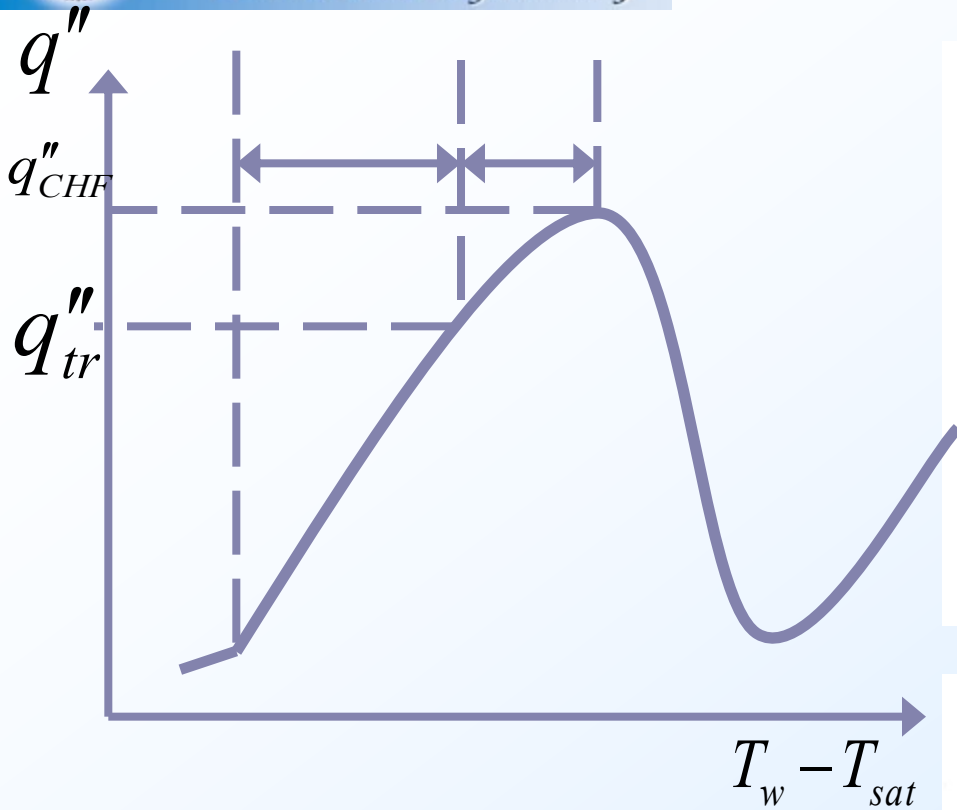
其中 q 為熱通量(W/m^2)， P_r 為 reduced pressure， R_p 為表面粗糙度 (μm)， M 為工作流體的分子量

冷媒	M 分子 量 kg kmole	P_{crit} 臨界壓力 bar	h_{ref} ($W/m^2 \cdot K$) $P_r = 0.1$ $q_{ref} = 20000 W/m$	F_k 常數 Kandlikar 方程式計算用
R-11	137.37	44.7	2690	1.3
R-12	120.91	41.8	3290	1.5
R-13	104.46	38.7	3910	-
R-113	187.38	34.6	2180	1.3
R-114	170.92	32.5	2460	1.4
R-22	86.47	49.9	3930	2.2
R-134a	102.03	40.7	3500	1.63
R-123	152.93	36.6	2600	-
R-404A	97.6	37.8	-	-
R-502	111.6	40.8	-	-
R-410A	72.56	48.5	4400	1.4
R-407C	86.2	46.5	-	-
R-125	120.02	36.3	-	-
R-32	52.02	57.95	-	-

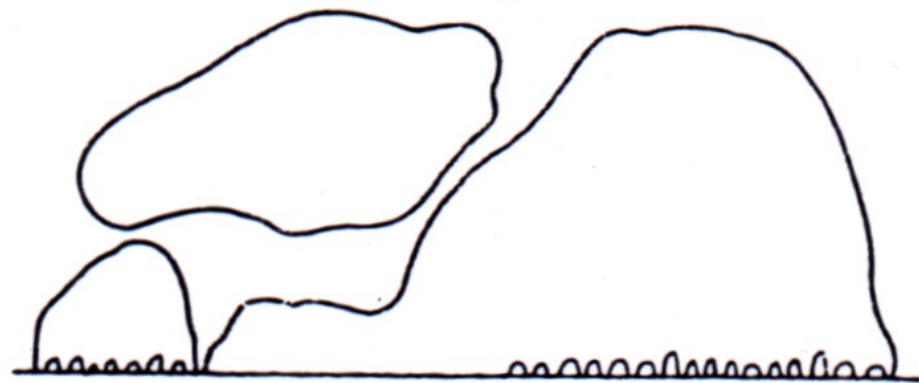


沸騰曲線 (Boiling Curve)

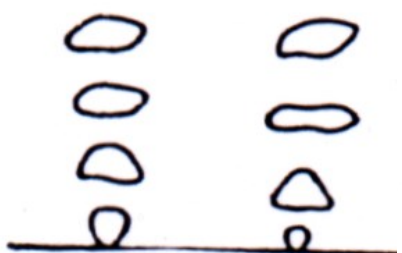




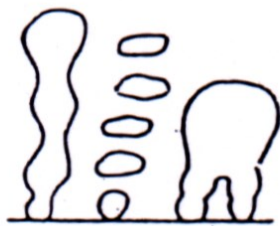
(c) 氣柱、大蕈狀氣泡



(d) 大蕈狀氣泡 部份乾化(?)



(a) 個別氣泡

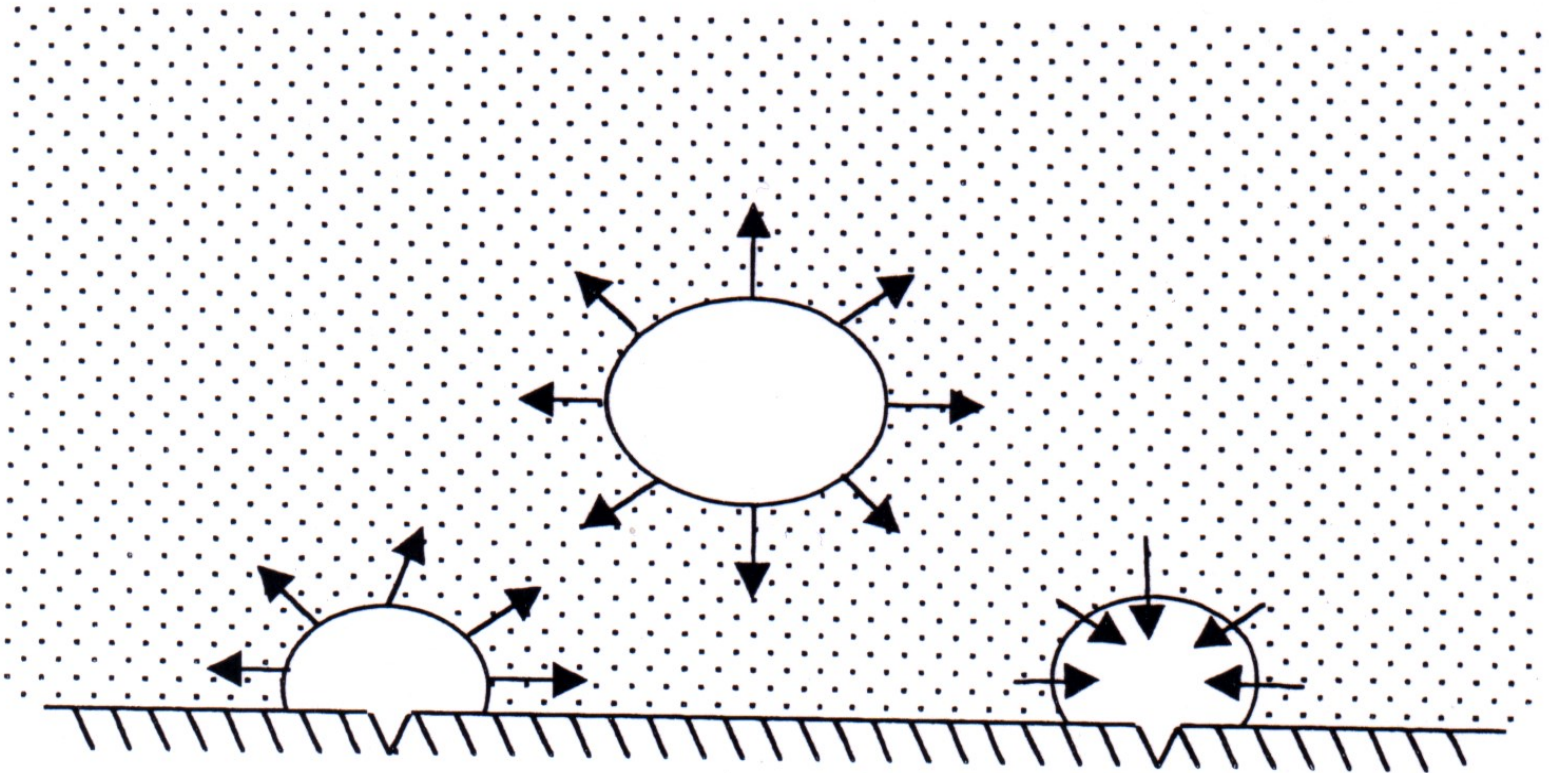


(b) 個別氣泡、氣柱、蕈狀氣泡



池沸騰之機制

- Enhanced convection due to bubble agitation

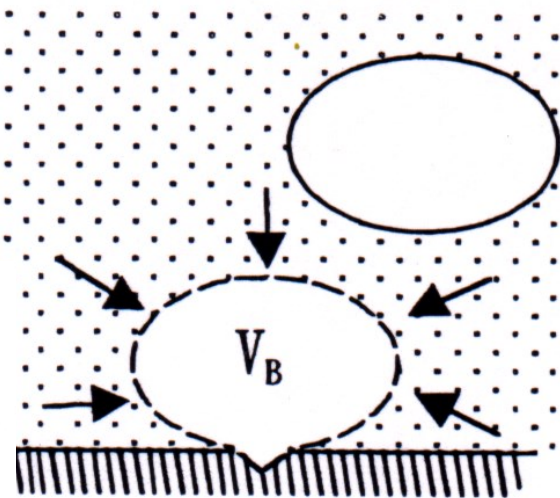
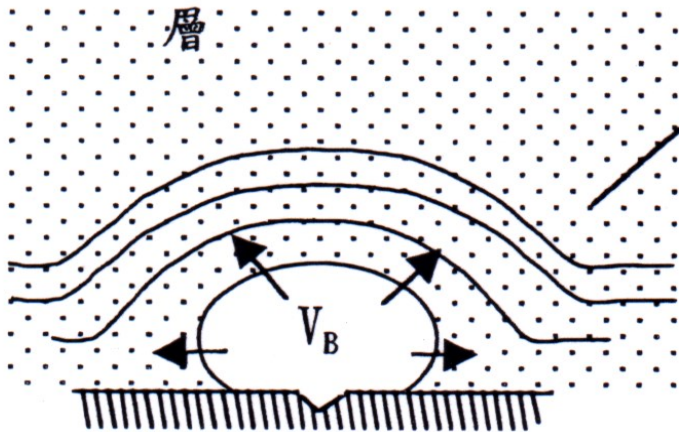


氣泡擾動強化熱邊界層的對流效應

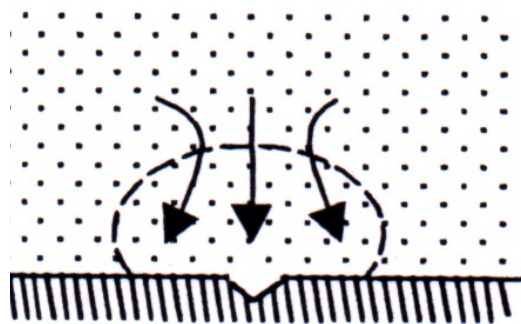


• Vapor-liquid exchange

V_B 體積的液體
被推離熱邊
界層



氣泡離開熱表
面， V_B 體積的
液體進到熱表
面填充氣泡留
下的位置

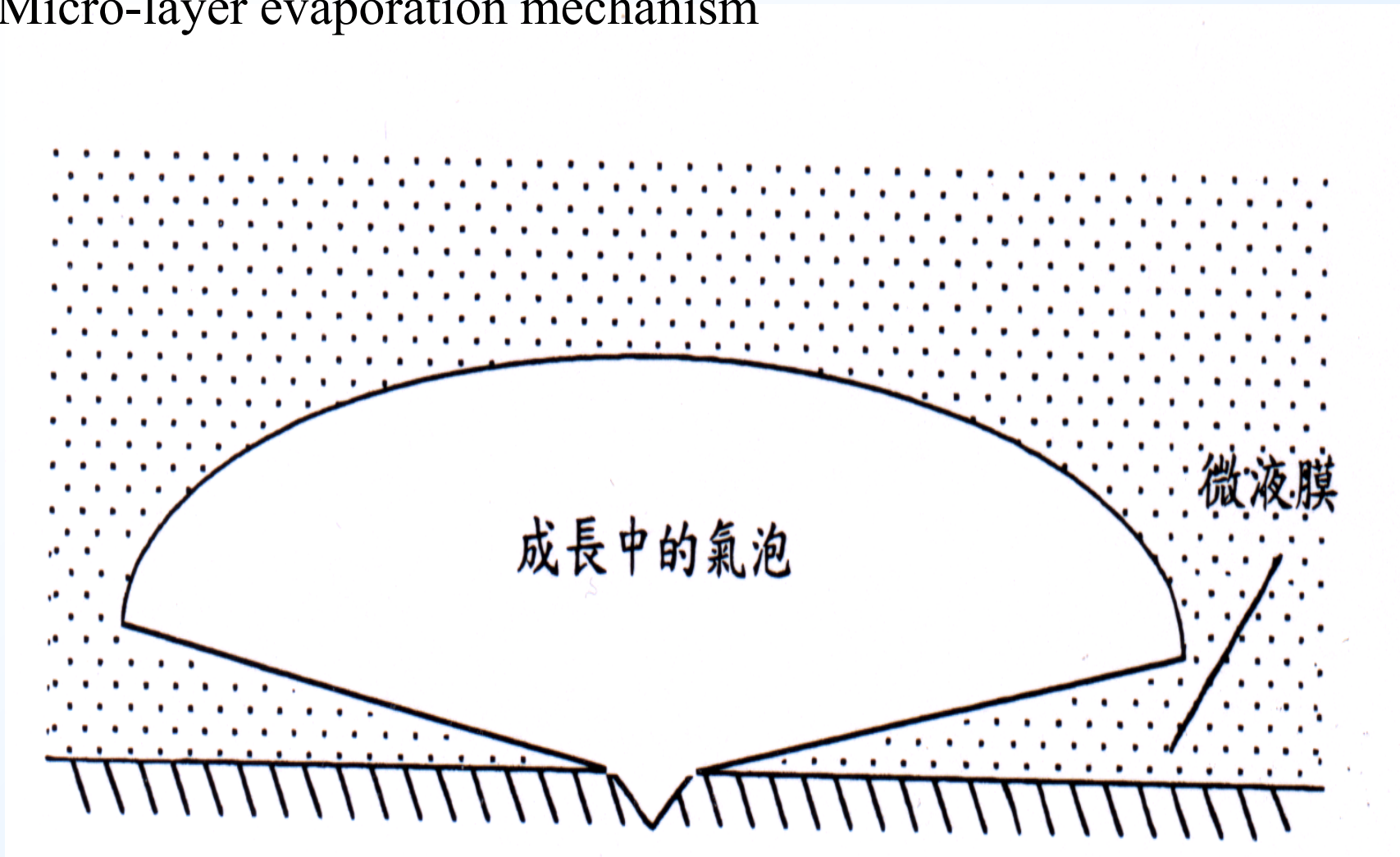


氣泡縮小至消
失之後，主流
的冷液體進來
填補之

蒸氣與液體交換的機制(參考Hsu & Graham,1976)



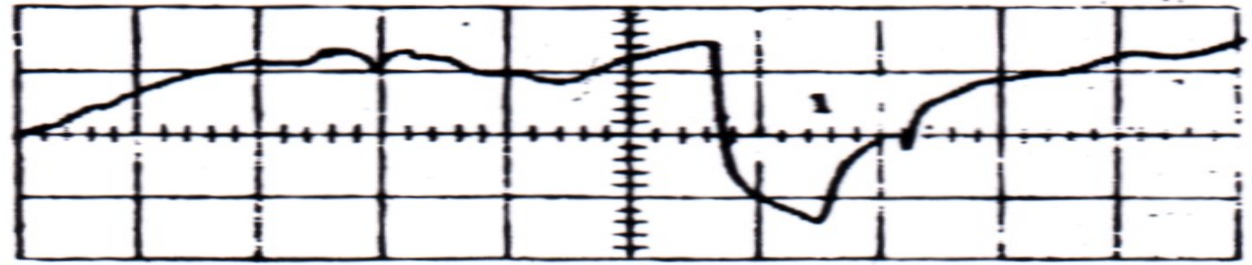
• Micro-layer evaporation mechanism



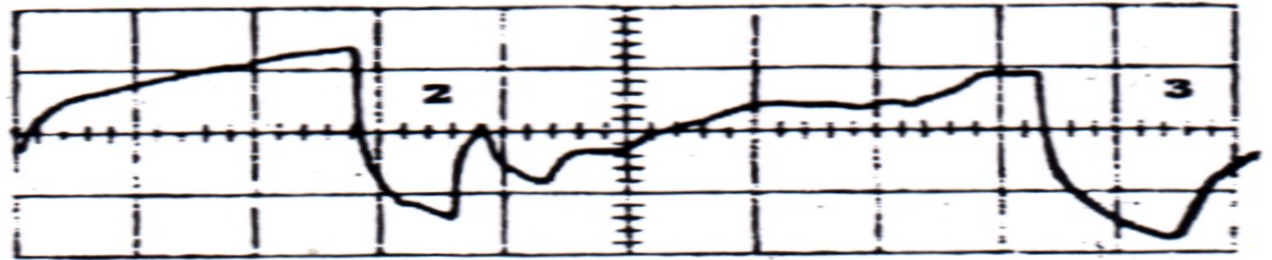
氣泡在壁面附近快速的成長留下的微液膜



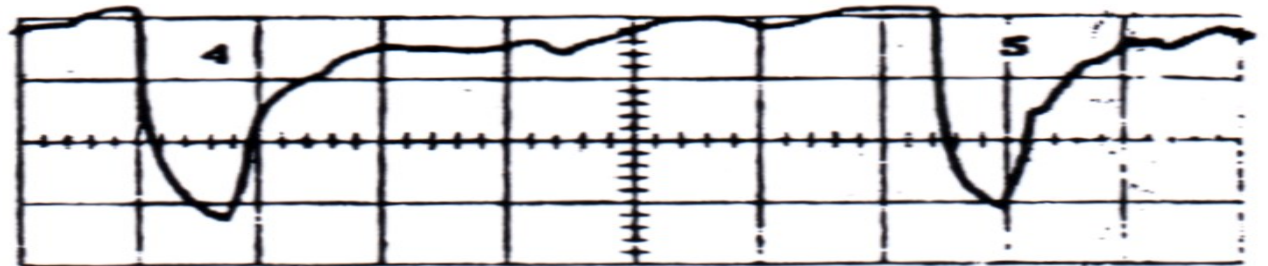
4.5° C/major division



a



b



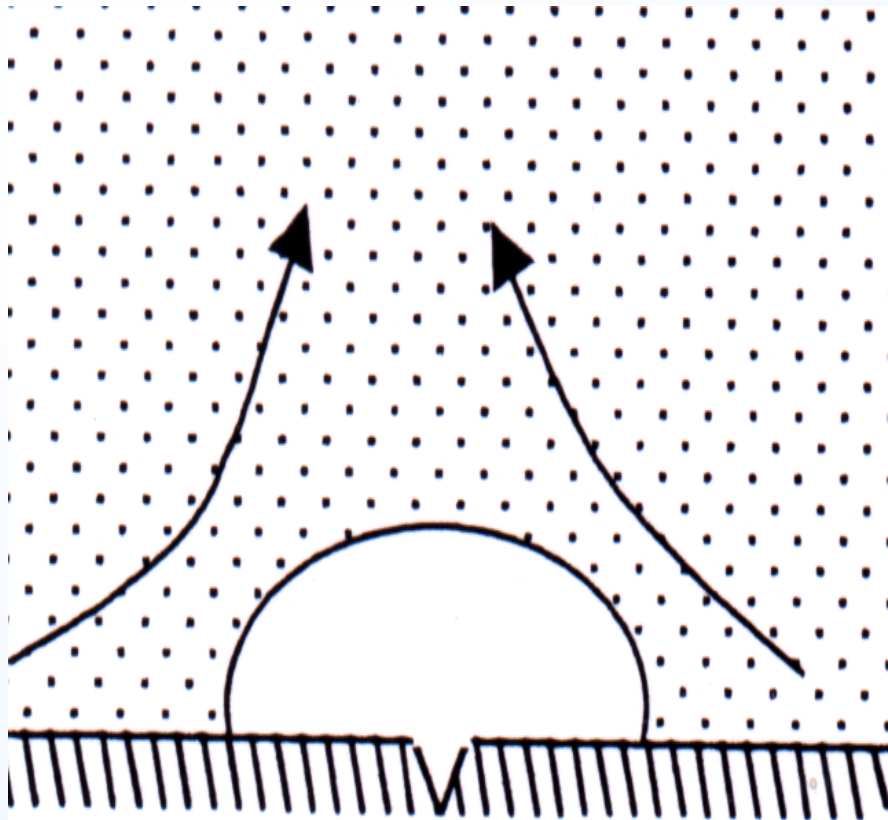
c

2 milliseconds/major division

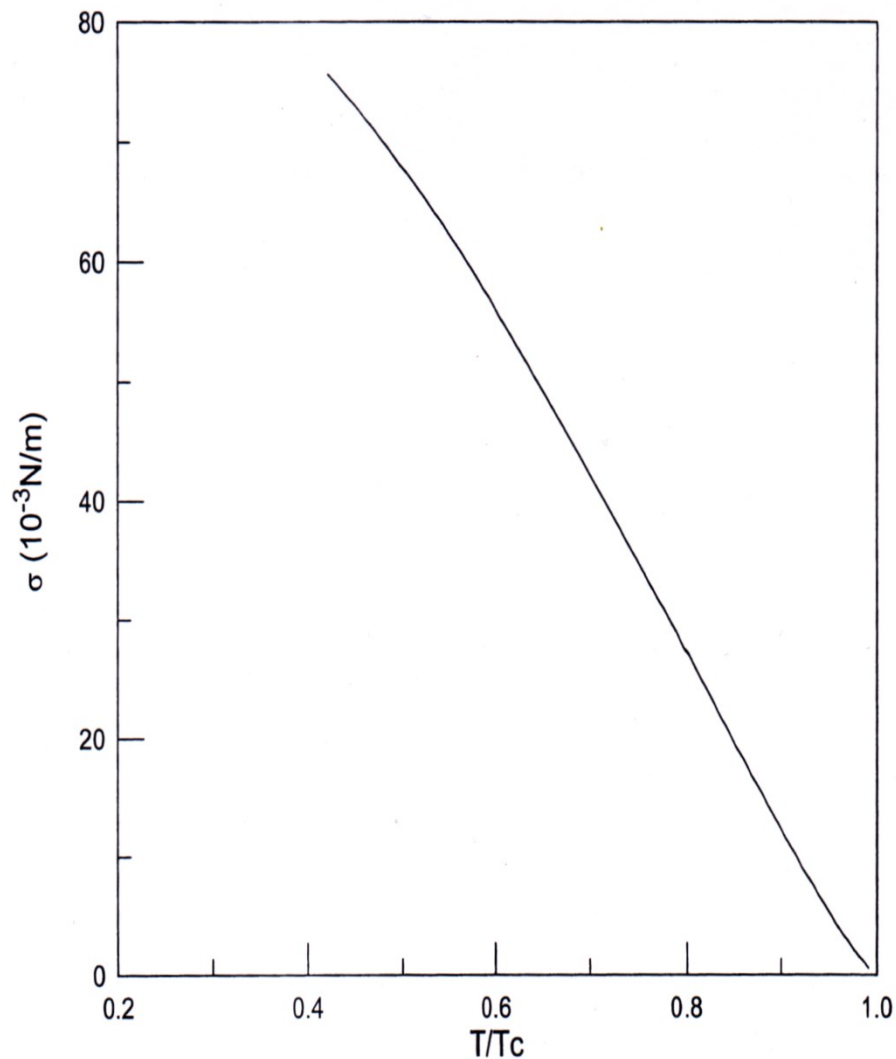
核沸騰時表面溫度的變化(Moore & Mesler, 1961)



- Thermocapillary driven flow



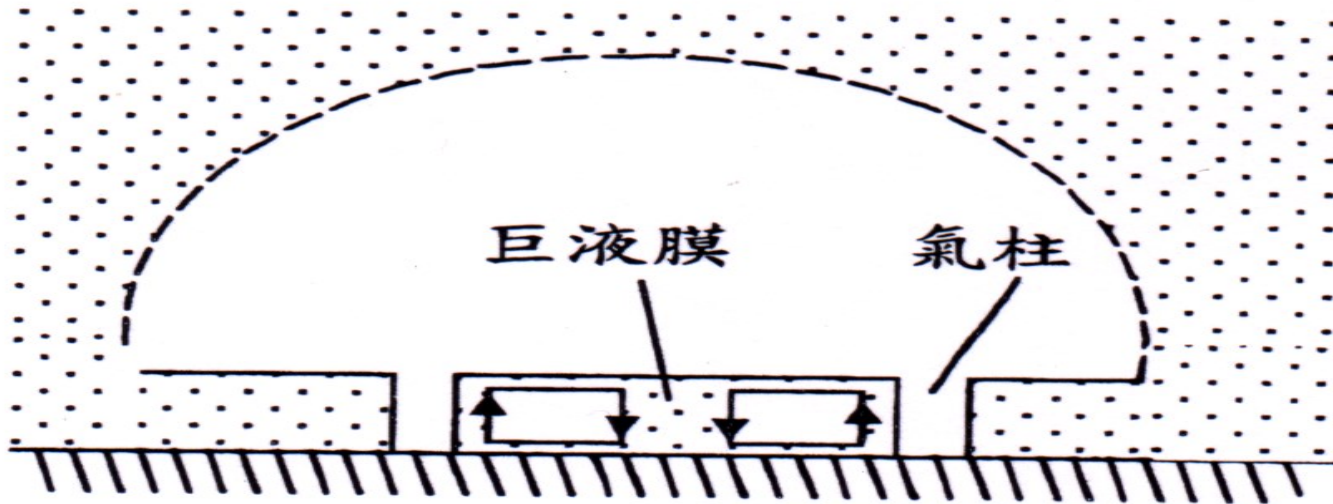
個別氣泡區表面張力差導致的流動



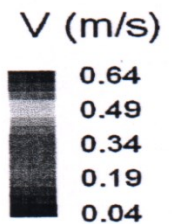
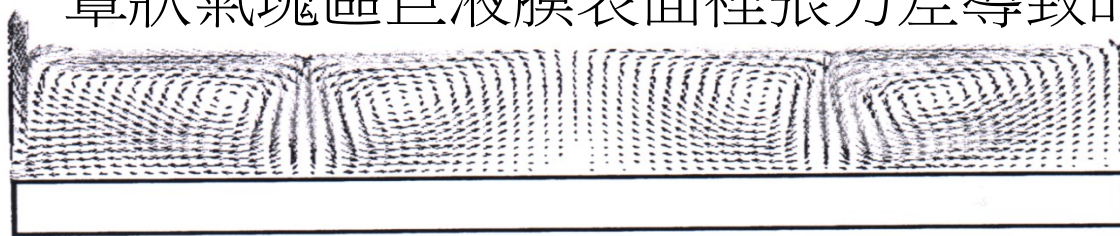
水/水蒸氣表面張力與縮減溫度的關係



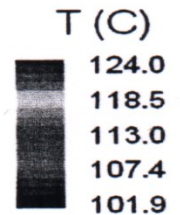
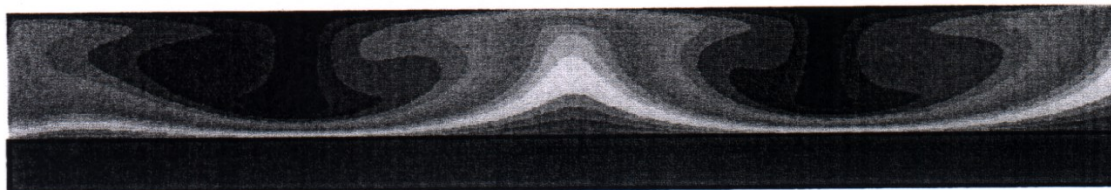
Thermocapillary driven flow and “macrolayer” evaporation



蕈狀氣塊區巨液膜表面裡張力差導致的流動



(a)



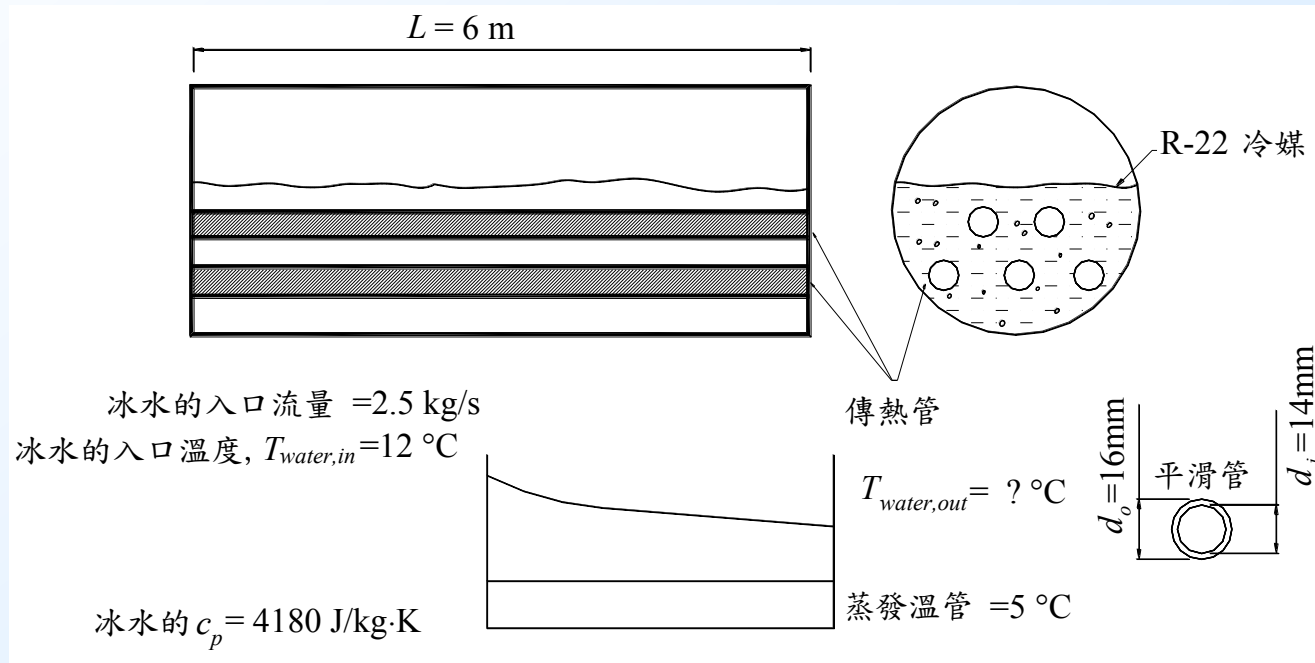
$T_w = 124.16$ (C), $E=0.04$

(b)

氣柱單元的溫度場與流場(Ma & Pan, 1999a)



一滿溢式殼管式熱交換器，使用R-22冷媒，共有5根熱傳管，冰水入口溫度為 $12\text{ }^{\circ}\text{C}$ ，熱傳管為平滑管，長度為6公尺，管內外徑及其他資料見下圖；試計算冰水之出口溫度。R-22冷媒的臨界壓力 $P_{crit} = 49.9\text{ bar}$ 。





使用 ε -NTU method，解法流程請參考第二章：

- (1) 首先我們假設出口的水溫為 7°C
- (2) 所以總熱傳量 $Q = 2.5 \times 4180 \times (12 - 7) = 52.25 \text{ kW} = 52250 \text{ W}$
- (3) 熱通量 $q = Q/A_o$

$$\text{管外面積} = A_o = \pi \times d_o \times L \times N = \pi \times 0.016 \times 6 \times 5 = 1.508 \text{ m}^2$$

$$\therefore q = 52250 / 1.508 = 34649 \text{ W/m}^2$$

- (4) 管外熱傳係數 $h_o = 90q^{0.67} M^{-0.5} P_r^m (-\log_{10} P_r)^{-0.55}$

相對於蒸發溫度 5°C 下的飽和 R-22 壓力為 5.83 bar，而臨界壓力為 49.9 bar

$$\therefore P_r = 5.83 / 49.9 = 0.117$$

假設粗糙度 $R_p = 1.0 \mu\text{m}$

$$m = 0.12 - 0.2 \log_{10} R_p = 0.12$$

$$h_o = 90 \times 34649^{0.67} \times 86.47^{-0.5} \times (0.117)^{0.12} \times (0.932)^{-0.55} = 8559 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

- (5) 管內的熱傳係數的估算，由第一章可知：

$$Nu = \frac{h_i d_i}{k} = \frac{\left(\frac{f}{2}\right) (\text{Re}_b - 1000) \text{Pr}_b}{1.07 + 12.7 \sqrt{\left(\frac{f}{2}\right)} (\text{Pr}_b^{2/3} - 1)}$$

$$\text{其中 } f = (1.58 \ln \text{Re}_b - 3.28)^{-2}$$

$$d_i = 0.014 \text{ m}, L = 6 \text{ m}, \dot{m}_{total} = 2.5 \text{ kg/s}$$

$$\therefore \text{每一根傳熱管的流量} = \dot{m} = 2.5 / 5 = 0.5 \text{ kg/s}$$



$$\text{管內的截面積 } A_c = \frac{\pi}{4} d_i^2 = \frac{\pi}{4} (0.014)^2 = 0.000154 \text{ m}^2$$

$$G = \dot{m} / A_c = 0.5 / 0.000154 = 3247 \text{ kg/m}^2 \cdot \text{s}$$

水的進出口平均溫度為 9.5°C , $k_f \approx 0.585 \text{ W/m} \cdot \text{K}$

$$\mu_f \approx 1350 \times 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{s/m}^2 , \text{Pr}_b \approx 10$$

\therefore 雷諾數

$$\text{Re} = \frac{G d_i}{\mu_f} = \frac{3247 \times 0.014}{1350 \times 10^{-6}} = 33670$$

$$f = (1.58 \ln \text{Re}_b - 3.28)^{-2} = 0.0057474 ,$$

$$\therefore f / 2 = 0.002874$$

$$\begin{aligned} h_i &= \frac{k_f}{d_i} \cdot Nu = \frac{k_f}{d_i} \frac{\frac{f}{2} (\text{Re}_b - 1000) \text{Pr}_b}{1.07 + 12.7 \sqrt{\frac{f}{2}} (\text{Pr}_b^{2/3} - 1)} \\ &= \frac{0.585}{0.014} \times \frac{0.002874 \times (33670 - 1000) \times 10}{1.07 + 12.7 \times \sqrt{0.002874} \times (10^{0.667} - 1)} = 11052 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} \end{aligned}$$

(6) 計算總阻抗 $1/UA$, 假設管壁阻抗可以忽略 ,

$$\therefore 1/UA \approx 1/h_i A_i + 1/h_o A_o$$

$$\text{管內面積} = A_i = \pi \times d_i \times L \times N = \pi \times 0.014 \times 6 \times 5 = 1.32 \text{ m}^2$$

$$1/UA \approx 1/h_i A_i + 1/h_o A_o = 1/11052/1.32 + 1/8559/1.508 = 0.000146 \text{ K/W}$$

$$UA = 6849.3 \text{ W/K}$$



(7) 計算熱交換器其他參數

$$C_{min} = 2.5 \times 4180 = 10450 \text{ W/K}$$

$$NTU = \frac{UA}{C_{min}} = \frac{68483}{10450} = 0.65543$$

$$C^* = \frac{C_{min}}{C_{max}} = 0$$

$$\varepsilon = 1 - \exp(-NTU) = 0.4807$$

$$Q_{max} = C_{min} \Delta_o = 10450 \times (12 - 5) = 73150 \text{ W}$$

$$Q = \varepsilon Q_{max} = 0.4807 \times 73150 = 35165.8 \text{ W}$$

$$T_{c,out} = 12 - 35165.8/10450 = 8.63^\circ\text{C}$$

(8) 由於水的出口溫度為 8.63°C ，與先前假設的 7°C 不同，因此我們必須要作第二次的疊代。為什麼要作第二次的疊代？先前第二章不是說使用 ε - NTU 法不需疊代嗎？原因在於管外側的沸騰熱傳係數與熱通量有關，我們第一次的 7°C 假設只在於方便 h_o 的計算，與 ε - NTU 法並無直接關聯。

(9) 所以第二次我們假設出口溫度為 8.5°C ，然後繼續(1)-(8)的步驟，

$$Q = 2.5 \times 4180 \times (12 - 8.5) = 36575 \text{ W}$$

$$q = Q/A = 36575/1.508 = 24253 \text{ W/m}^2$$

$$h_o = 90 \times 24253^{0.67} \times 86.47^{-0.5} \times 0.117^{0.12} \times (0.932)^{-0.55} = 6739.7 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

水的平均溫度為 10°C ，大略估算 h_i 約為 $11000 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$

$$1/UA \approx 1/h_i A_i + 1/h_o A_o = 1/11000/1.32 + 1/6739.7/1.508 = 0.0001672 \text{ K/W}$$

$$UA \approx 5979 \text{ W/K}$$

$$NTU = 5979/10450 = 0.572$$

$$\varepsilon = 1 - e^{-NTU} = 0.4357$$

$$Q = \varepsilon Q_{max} = 0.4357 \times 73150 = 31869 \text{ W}$$

$$T_{c,out} = 12 - 31869/10450 = 8.95^\circ\text{C}$$

這個答案已經很接近猜測值 8.5°C 了，如此繼續疊代幾次就可算出最後的答案應接近 9.0°C 。



兩相熱傳之經驗方程式-管內流動沸騰

- 沸騰模式(nucleate boiling)與強制對流蒸發模式(forced convective evaporation)。所謂蒸發，簡單的說明，乃是沒有氣泡現象的『沸騰』，蒸發發生在氣液的交界面上，而沸騰則發生於熱交換器的表面上，可想而知，當管內流速較慢時，兩相流動的主要流譜為氣泡流、波浪流或間歇流，因此主要的熱傳機制為沸騰模式，而當速度較快時，流譜為環狀流，此時的主要熱傳機制變為強制對流蒸發模式



合成法(superposition model)

$$q = q_{NB} + q_{CV}$$

$$q = h(T_w - T_s)$$

$$h = h_{NB} + h_{CV}$$

$$q_{NB} = h_{NB}(T_w - T_s)$$

$$q_{CV} = h_{CV}(T_w - T_s)$$

Chen (1966)認為這兩種熱傳機制會隨著流動型態的改變後，比重會有所改變，Chen認為在管內沸騰情況下， h_{NB} 會被壓抑，而 h_{CV} 會適度的被加強， h_{CV} 可由單相部份的熱傳係數， h_L ，乘上一個加強係數

$$h = S \times h_{NB} + E \times h_L$$

上式中的 S 代表沸騰被壓抑的係數(suppression)，而 E 代表蒸發加強係數(enhancement)；上式為相當有名的Chen's model



$$E = 2.35/(1/X_{tt} + 0.213)^{0.736} \quad (4-17)$$

$$S = 1/(1+2.53 \times 10^{-6} \times \text{Re}^{1.17}) \quad (4-18)$$

其中

$$\text{Re} = \text{Re}_L E^{1.25} \quad (4-19)$$

有很多的研究都使用Chen的方法來歸納實驗數據以獲得 E 與 S 的方程式，例如Gungor and Winterton (1986)歸納3700組的測試資料得到如下的結果：

$$E = 1 + 24000 Bo^{1.16} + 1.23 X_{tt}^{-0.86} \quad (4-20)$$

$$S = (1 + 0.00000115 E^2 \text{Re}_L^{1.17})^{-1} \quad (4-21)$$

其中

$$X_{tt} = \left(\frac{1-x}{x} \right)^{0.875} \left(\frac{\mu_L}{\mu_G} \right)^{0.125} \left(\frac{\rho_G}{\rho_L} \right)^{0.5} \quad (4-22)$$

$$Bo = \frac{q}{Gi_{fg}} \quad (\text{boiling number}) \quad (4-23)$$



試以Chen's correlation 計算下列條件下的兩相熱傳沸騰係數：水平擺置之平滑管， $R = -22$ ， $q = 10$ $\text{kW/m}^2 \cdot \text{K}$ ， $T_s = 5^\circ\text{C}$ ， $x = 0.5$ ， $G = 200 \text{ kg/m}^2 \cdot \text{s}$ ， $d_i = 13 \text{ mm}$ ， $k_L = 94 \text{ mW/(m} \cdot \text{K)}$ ， $\mu_L = 199 \text{ } \mu\text{Pa} \cdot \text{s}$ ， $\mu_G = 12 \text{ } \mu\text{Pa} \cdot \text{s}$ ， $\rho_L = 1265 \text{ kg/m}^3$ ， $\rho_G = 25 \text{ kg/m}^3$ ， $\text{Pr}_L = 2.51$ ， $i_{fg} = 200 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}$ ， $P = 583 \text{ kPa}$ ， $P_{crit} = 4990 \text{ kPa}$ (臨界壓力)， $P_r = 583/4990 = 0.1168$ (reduced pressure)

$$h = S h_{NB} + E h_L$$

液體部份的雷諾數(記得要用標準SI單位！)：

$$\text{Re}_L = G d_i (1 - x) / \mu_L = 200 \times 0.013 \times (1 - 0.5) / 0.000199 = 6533$$

h_L 的計算可以簡單的Dittus-Boelter方程式來計算，見第一章表1-8，

即

$$\text{Nu} = 0.023 \text{Re}^{0.8} \text{Pr}^{0.4}$$

$$\therefore h_L = 0.094 / 0.013 \times 0.023 \times 6533^{0.8} \times 2.51^{0.4} = 251.6 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

h_{NB} 可由Cooper方程式(式4-6)來算(Cooper的計算式中，管外沸騰取常數90而管內則與平板同，取55)：

$$h_o = 55 q^{0.67} M^{-0.5} P_r^m (-\log_{10} P_r)^{-0.55}$$

$$h_o = 55 \times 10000^{0.67} \times 86.47^{-0.5} \times 0.117^{0.12} \times 0.932^{-0.55} = 2275 \text{ W/m}^2$$

上式的計算可參考例 4-2-1

接下來算S與E

$$X_{tt} = \left(\frac{1-x}{x} \right)^{0.875} \left(\frac{\mu_L}{\mu_G} \right)^{0.125} \left(\frac{\rho_G}{\rho_L} \right)^{0.5} = \left(\frac{1-0.5}{0.5} \right)^{0.875} \left(\frac{0.000199}{0.000012} \right)^{0.125} \left(\frac{1265}{25} \right)^{0.5} = 10.1$$

$$E = 2.35 / (1/X_{tt} + 0.213)^{0.736} = 0.696$$

$$\text{Re} = \text{Re}_L E^{1.25} = 6533 \times 0.696^{1.25} = 4153.5$$

$$S = 1 / (1 + 2.53 \times 10^{-6} \times \text{Re}^{1.17}) = 0.958$$

$$\therefore h = S h_{NB} + E h_L = 0.958 \times 2275 + 0.696 \times 251.6 = 2355.7 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$



加強模式法 (enhanced model)

$$\Psi = \frac{h}{h_L} = f_{cn} \text{ (一些特定參數)}$$

漸進模式法(asymptotic model)

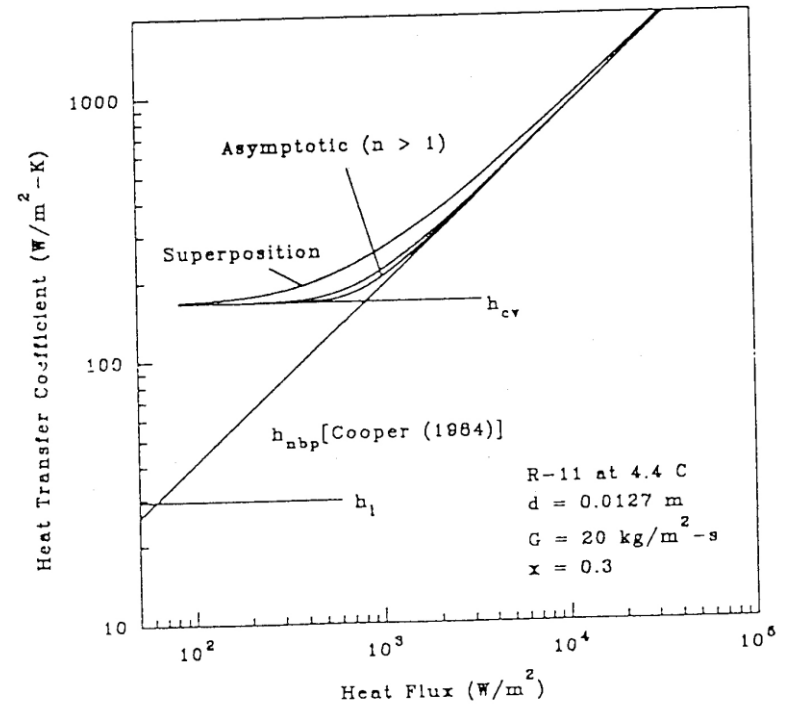
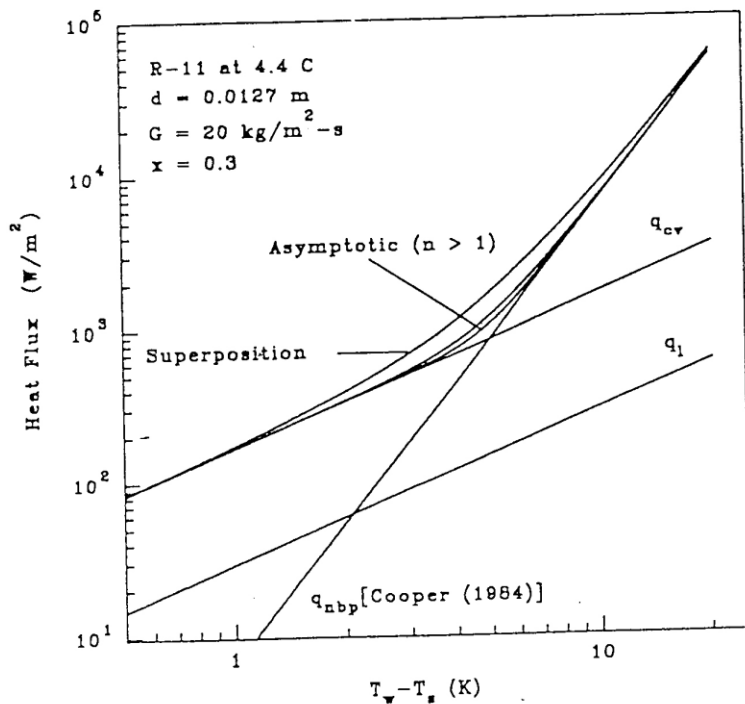
漸進模式法的觀念說明如下，由於熱傳機制為 q_{NB} 與 q_{CV} 的加成，在合成法中， $q = q_{NB} + q_{CV}$ ，而在漸進模式法中認為兩者並非單純的線性加成，所以

$$q^n = q_{NB}^n + q_{CV}^n \quad (4-40)$$

$$\therefore h^n = h_{NB}^n + h_{CV}^n \quad (4-41)$$



$$q = q_{nb} + q_{cv}$$
$$h = h_{nb} + h_{cv}$$



常用兩相熱傳之經驗方程式-管外冷凝

● Nusselt (1916)推導出等壁溫條件下的熱傳方程式

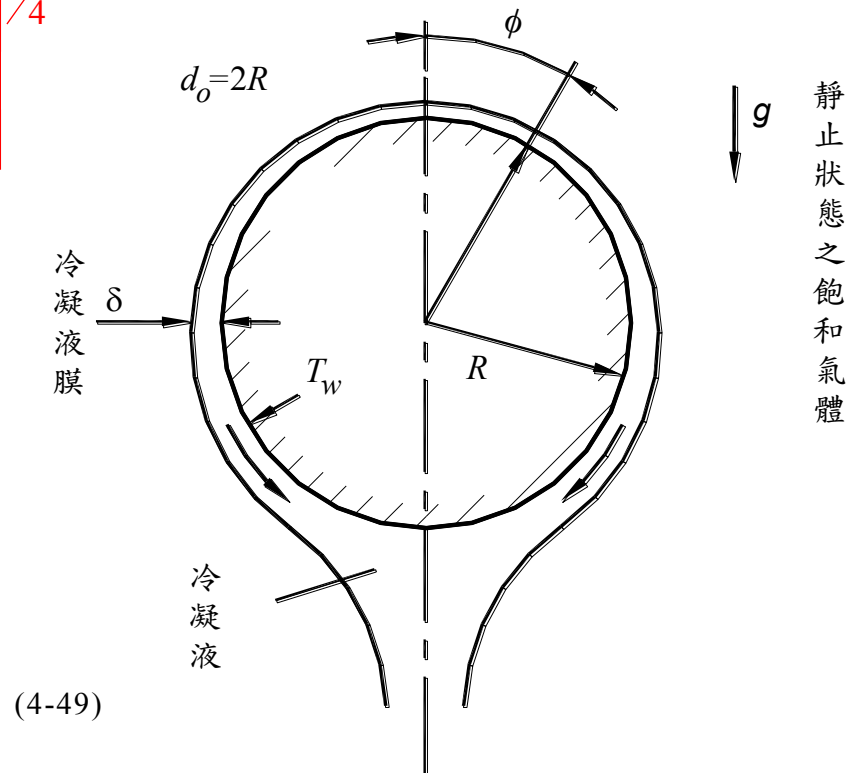
$$Nu_c = \frac{h_c d_o}{k_L} = 0.728 \left[\frac{\rho_L (\rho_L - \rho_G) g i_{fg} d_o^3}{\mu_L (T_s - T_w) k_L} \right]^{1/4}$$

$$h_c = 0.728 \left[\frac{\rho_L (\rho_L - \rho_G) g i_{fg} k_L^3}{\mu_L (T_s - T_w) d_o} \right]^{1/4} = 0.728 \left[\frac{\rho_L (\rho_L - \rho_G) g i_{fg} k_L^3 h_c}{\mu_L h_c (T_s - T_w) d_o} \right]^{1/4}$$

$$= 0.728 \left[\frac{\rho_L (\rho_L - \rho_G) g i_{fg} k_L^3}{\mu_L q d_o} \right]^{1/4} h_c^{1/4}$$

$$\Rightarrow h_c^{3/4} = 0.728 \left[\frac{\rho_L (\rho_L - \rho_G) g i_{fg} k_L^3}{\mu_L q d_o} \right]^{1/4}$$

$$\Rightarrow h_c = 0.655 \left[\frac{\rho_L (\rho_L - \rho_G) g i_{fg} k_L^3}{\mu_L q d_o} \right]^{1/3}$$



(4-49)



例4-4-1：飽和溫度 46°C ，單管的管壁溫度為 38°C ，管外徑為 19 mm ，R-134a為工作冷媒，試計算該條件下的熱傳係數($k_L = 72.2\text{ mW/m}\cdot\text{K}$ ， $\rho_L = 1120\text{ kg/m}^3$ ， $\rho_G = 59.21\text{ kg/m}^3$ ， $i_{fg} = 156.67\text{ kJ/kg}$ ， $\mu_L = 165.7\text{ }\mu\text{Pa}\cdot\text{s}$)。

4-4-1 解：

$$Nu_c = 0.728 \left[\frac{1120 \times (1120 - 59.21) \times 9.806 \times 156670 \times 0.019^3}{0.0001657 \times (46 - 38) \times 0.0722} \right]^{1/4} = 437.8$$

$$h_c = \frac{k_L}{d_o} \times Nu_c = 0.0722 \times 437.8 / 0.019 = 1664\text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$



一般設計例都會提供管內冷卻水的資料，例如冷卻水的水量 \dot{m}_{water} 與入口水溫 $T_{water,in}$ ；在這個條件下，管壁壁溫(甚至是熱傳量的計算)的計算可歸納如下：

(1) 首先假設一個水側出口溫度 $T_{water,out}$ ，可算出管內熱傳係數 h_i 與對數平均溫差 $LMTD$

(2) 算出熱傳量 $Q = \dot{m}_{water} c_{p,water} (T_{water,out} - T_{water,in})$

(3) 由 $q = Q/A$ ，算出 熱通量

(4) $h_c = 0.655 \left[\frac{\rho_L (\rho_L - \rho_G) g i_{fg} k_L^3}{\mu_L q d_o} \right]^{1/3}$ ，可算出 h_c

(5) 由管內熱傳係數與 h_c ，可算出總熱傳係數 U

(6) 由 $U \times A \times LMTD = Q$ ，可算出總熱傳量

(7) 檢查(6)項的 Q 是否與 (2)項相同，若否，則必須重複步驟(1)-(6)



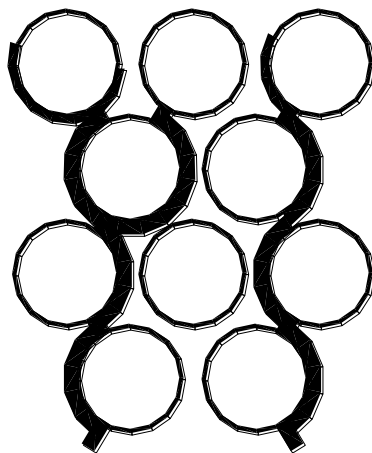
管陣的影響

Nusselt 理想模式



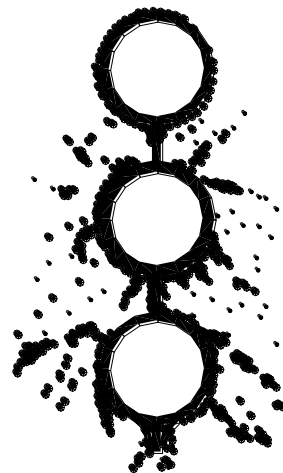
(a)
Nusselt
Idealized
Model

側邊排冷凝液模式



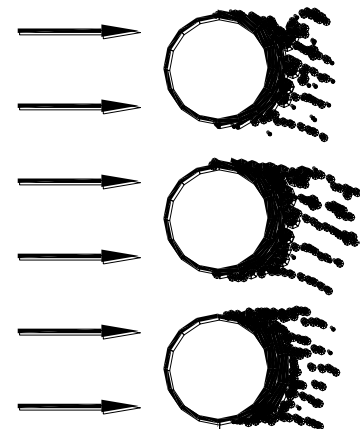
(b)
Side-Drainage
Model

濺灑模式



(c)
Ripples,
Splashing,
Turbulence

高速流動模式



(d)
High
Vapor
Shear



從第一排到第 N 排的平均熱傳係數 $h_{N,m}$ 可計算如下：

$$\frac{h_{N,m}}{h_1} = N^{-1/4} \quad (4-54)$$

Kern (1958) 認為 Nusselt 所推導的管群效應與實際測試結果不完全相符，因此，Kern 修正提出較為保守的方程式如下：

$$\frac{h_N}{h_1} = N^{5/6} - (N-1)^{5/6} \quad (4-55)$$

從第一排到第 N 排的平均熱傳係數 $h_{N,m}$ 可計算如下：

$$\frac{h_{N,m}}{h_1} = N^{-1/6} \quad (4-56)$$

Nusselt的方程式僅適用於冷媒蒸氣速度甚小的情況，在許多應用中，冷媒蒸氣進入熱交換器時仍具有相當的速度，故此時的熱傳係數會較大，此乃因為剪力效應與重力效應都會影響冷凝，Butterworth (1977)根據一些實驗數據(見圖4-13)，整理出方程式如下：

$$\frac{\bar{Nu}_c}{\tilde{Re}_G} = 0.416 \left[1 + (1 + 9.47F)^{1/2} \right]^{1/2}$$

其中

$$F = \frac{gd_o \mu_L i_{fg}}{u_G^2 k_L (T_s - T_w)}$$

$$\tilde{Re}_G = \frac{u_G d_o}{\mu_L}$$

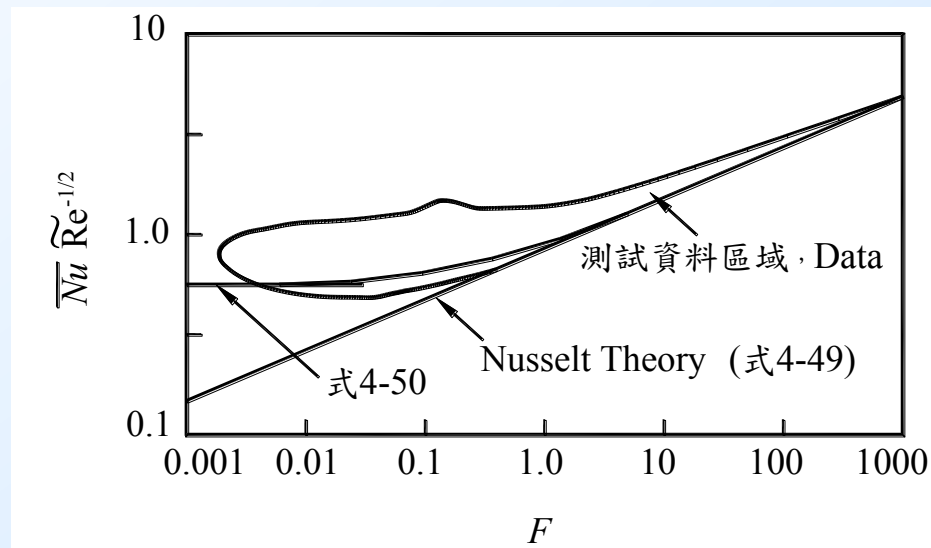


圖4-13 速度對單管冷凝的影響

u_G 為冷媒蒸氣通過管外的速度，在使用上，請特別注意上式 $\tilde{Re}_G = \frac{\rho_L u_G d_o}{\mu_L}$ 中

的定義，參考速度是以氣態的速度而冷媒特性則是以液態為準



飽和溫度 46°C ，管壁溫度為 38°C 的八排管陣(如下圖)，管外徑為 19 mm ($= 0.019\text{ m}$)，R-134a為工作冷媒，試計算該條件下第一排管與第八排管的熱傳係數： $(k_L = 72.2\text{ mW}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ， $\rho_L = 1120\text{ kg}/\text{m}^3$ ， $\rho_G = 59.21\text{ kg}/\text{m}^3$ ， $i_{fg} = 156.67\text{ kJ}/\text{kg}$ ， $\mu_L = 165.7\text{ }\mu\text{Pa}\cdot\text{s}$)

管徑為 0.019 m ，而管間距為 0.035 m ，所以管間最小距離 $= 0.035 - 0.019 = 0.016\text{ m}$ ，所以通過最小流道的冷媒蒸氣速度為

$$u_G = u_{G,in} \times 0.035 / 0.016 = 13.13\text{ m/s}$$

由例4-4-1其中 $h_L = 1664\text{ W}/\text{m}^2\cdot\text{K}$

$$h_{sh} = 0.59 \frac{k_L}{d_o} \tilde{\Gamma}_{\dots} \dots 9 \times \frac{0.0722}{0.019} \times \left(\frac{1120 \times 13.13 \times 0.019}{0.0001657} \right)^{0.5} = 2911.3\text{ W}/\text{m}^2\cdot\text{K}$$

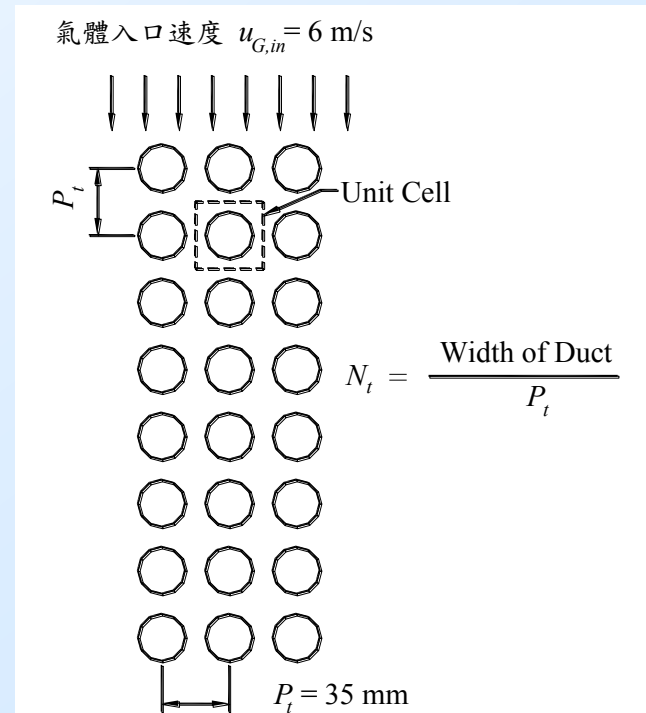
$$\therefore \left[\frac{1}{2} h_{sh}^2 + \left(\frac{1}{4} h_{sh}^4 + h_1^4 \right)^{1/2} \right]^{1/2} = 3050\text{ W}/\text{m}^2\cdot\text{K}$$

由式4-58，

$$h_N = \left[\frac{1}{2} h_{sh}^2 + \left(\frac{1}{4} h_{sh}^4 + h_1^4 \right)^{1/2} \right]^{1/2} \times (N^{5/6} - (N-1)^{5/6})$$

所以第一排管的熱傳係數 $= 3050.3\text{ W}/\text{m}^2\cdot\text{K}$

第八排管的熱傳係數 $= 3050.3 \times (8^{5/6} - (8-1)^{5/6}) = 1817\text{ W}/\text{m}^2\cdot\text{K}$





Question #1: 如上，冷卻水流量為15 kg/s(入口溫度為 20°C ，管內徑16 mm)，冷媒量為1 kg/s，則冷凝管長度(管陣相同)最少要多長才能完全冷凝？



常用兩相熱傳之經驗方程式-管內冷凝

Shah (1979)的方程式供讀者參考：

$$h_c = h_L \left(1 + \frac{3.8}{Z} \right) \quad (4-60)$$

$$Z = \left(\frac{1-x}{x} \right)^{0.8} P_r^{0.4} \quad (4-61)$$

$$h_L = \frac{k_L}{d_i} 0.023 \left(\frac{G(1-x)d_i}{\mu_L} \right)^{0.8} \text{Pr}^{0.4} \quad (4-62)$$

其中 h_c 為一 local 值與流體的乾度有關，若我們將上式從進口處開始處積分 ($x = 1$) 到完全冷凝出口 ($x = 0$)，則可得到一近似平均值如下：

$$h_{c,m} = h_L \left(0.55 + \frac{2.09}{P_r^{0.38}} \right) \quad (4-63)$$

在使用 Shah 方程式時，請注意 Pr 為 Prandtl number，而 P_r 為 reduced pressure，千萬不要弄錯！



管內兩相壓降計算方程式

- 對直管而言，兩相的總壓降與單相一樣，由三部份所構成，即 $\Delta P = \Delta P_a + \Delta P_f + \Delta P_g$ ，其中 ΔP_a 為速度變化造成的壓降， ΔP_f 為工作流體於管內的摩擦壓降， ΔP_g 為工作流體因高度變化所造成的壓降。

$$-\frac{dP}{dz} = G^2 v_{fg} \frac{dx}{dz} + \frac{2 f_{TP} G^2 v_L}{d_i} \left(1 + x \left(\frac{v_{fg}}{v_L} \right) \right) + \frac{g \sin \theta}{v_L (1 + x v_{fg} / v_L)}$$

摩擦係數可由 Blasius 方程式計算，即

$$f = 0.0791 \text{Re}^{-0.25}$$



均質模式與分離流模式

- Homogeneous Model
- Separated Flow Model



在均質法中亦可用同樣的方程式來計算，不過由於是兩相流動，因此最大的困擾將會出現在雷諾數 Re 的計算，由雷諾數的定義， $Re = Gd_i/\mu_{TP}$ ，可知真正的問題在兩相平均黏度 μ_{TP} 的計算上，由於 μ_{TP} 必須滿足一些先天上的限制($x = 0$ ， $\mu_{TP} = \mu_L$ ； $x = 1$ ， $\mu_{TP} = \mu_G$)，所以有很多方式可以來定義 μ_{TP} 一值，例如：

$$\frac{1}{\mu_{TP}} = \frac{x}{\mu_G} + \frac{(1-x)}{\mu_L} \quad (4-67)$$

$$\mu_{TP} = (1-x)\mu_L + x\mu_G \quad (4-68)$$

$$\mu_{TP} = \bar{\rho} \left[\frac{x\mu_G}{\rho_G} + \frac{(1-x)\mu_L}{\rho_L} \right] \quad (4-69)$$

上式中

$$\bar{\rho} = \frac{1}{\left(\frac{x}{\rho_G} + \frac{(1-x)}{\rho_L} \right)} \quad (4-70)$$



如下圖，空氣與水的兩相流流入一內徑 7 mm 管，長度 0.5m 的圓管，試以 homogeneous model 方程式來計算壓降， $\rho_L = 998.3 \text{ kg/m}^3$ ， $\rho_G = 1.098 \text{ kg/m}^3$ ， $\sigma_L = 0.0661 \text{ N/m}$ ， $\mu_L = 0.00046 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ ， $\mu_G = 0.0000203 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ 。

$$\dot{m} = \dot{m}_G + \dot{m}_L = 0.003 + 0.012 = 0.015 \text{ kg/s}$$

$$x = 0.003 / (0.003 + 0.012) = 0.2$$

$$A_c = \pi \times d_i^2 / 4 = 3.848 \times 10^{-5} \text{ m}^2$$

$$G = \dot{m} / A_c = 390 \text{ kg/m}^2\cdot\text{s}$$

$$\bar{\rho} = \frac{1}{\left(\frac{x}{\rho_G} + \frac{(1-x)}{\rho_L}\right)} = \frac{1}{\left(\frac{0.2}{1.098} + \frac{(1-0.2)}{998.3}\right)} = 5.47 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu_{TP} = \frac{1}{\left(\frac{x}{\mu_G} + \frac{(1-x)}{\mu_L}\right)} = \frac{1}{\left(\frac{0.2}{0.0000203} + \frac{(1-0.2)}{0.00046}\right)} = 0.0000863 \text{ Pa}\cdot\text{s}$$

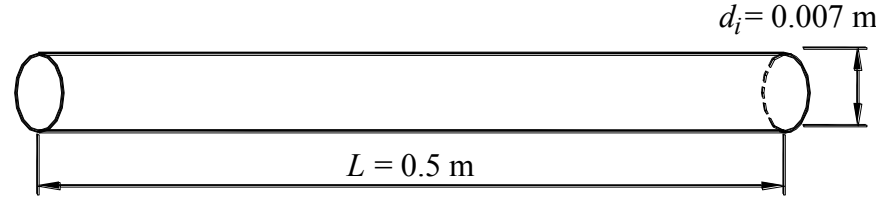
$$\text{Re}_{TP} = \frac{GD_i}{\mu_{TP}} = \frac{390 \times 0.007}{0.0000863} = 31633.84 \Rightarrow \text{紊流, turbulent}$$

$$f_m = 0.079 \text{Re}_{TP}^{-0.25} = 0.00593$$

$$dP_{\text{hom}} = \frac{4Lf_m}{D} \frac{G^2}{2\bar{\rho}} = \frac{4 \times 0.5 \times 0.00593}{0.007} \times \frac{390^2}{2 \times 5.47} = 23.56 \text{ kPa}$$

$$\dot{m}_G = 0.003 \text{ kg/s}$$

$$\dot{m}_L = 0.012 \text{ kg/s}$$





分離流模式

$$-\frac{dP}{dz} = G^2 \frac{d}{dz} \left[\frac{x^2}{\alpha \rho_G} + \frac{(1-x)^2}{(1-\alpha) \rho_L} \right] - \frac{dP}{dz} \Bigg|_f + g \sin \theta [\alpha \rho_G + (1-\alpha) \rho_L]$$

- 氣相部份乘數 ϕ_G 、液相部份乘數 ϕ_L 與全部液相乘數 ϕ_{LO} ；部份乘數定義如下

$$\phi_G^2 = \frac{dP_f / dz}{dP_{f,G} / dz} \quad (4-72)$$

$$\phi_L^2 = \frac{dP_f / dz}{dP_{f,L} / dz} \quad (4-73)$$

$$\phi_{LO}^2 = \frac{dP_f / dz}{dP_{f,LO} / dz} \quad (4-74)$$



兩相部份的摩擦壓降 dP_f ，等於將全部兩相流體視為單相液體，以此算出對應的單相液體的摩擦係數後，便可算出將兩相流體視為單相流體的壓降 dP_{LO} ，然後再乘上一個類似校正因數的全部液相乘數 ϕ_{LO}^2 ，以獲得兩相流體的壓降 ($dP_f = \phi_{LO}^2 \times dP_{LO}$)，單相全部液體的壓降 dP_{LO} 應可輕易地算出；所以，只要有全部液相乘數 ϕ_{LO}^2 的資料，就可計算摩擦部份的壓降



Friedel (1979)提出一個相當有名的方程式

$$\phi_{LO}^2 = A_1 + \frac{3.24 A_2 A_3}{Fr^{0.045} We^{0.035}} \quad (4-75)$$

其中

$$A_1 = (1-x)^2 + x^2 \left(\frac{\rho_L f_{GO}}{\rho_G f_{LO}} \right) \quad (4-76)$$

上式中的 f_{LO} 與 f_{GO} 分別代表將兩相流體視為全部液態與全部氣體時，其相對的單相摩擦係數，若為紊流流動則可由Blasius方程式來計算。另外，

$$A_2 = x^{0.78} (1-x)^{0.224} \quad (4-77)$$

$$A_3 = \left(\frac{\rho_L}{\rho_G} \right)^{0.91} \left(\frac{\mu_G}{\mu_L} \right)^{0.19} \left(1 - \frac{\mu_G}{\mu_L} \right)^{0.7} \quad (4-78)$$

$$Fr = \frac{G^2}{gd \bar{\rho}^2} \quad (4-79)$$

$$We = \frac{G^2 d}{\bar{\rho} \sigma} \quad (4-80)$$

$$\bar{\rho} = \frac{1}{\left(\frac{x}{\rho_G} + \frac{(1-x)}{\rho_L} \right)} \quad (4-81)$$



空氣與水的兩相流流入一內徑 7 mm 管，長度 0.5m 的圓管，試以 Friedel 方程式來計算壓降， $\rho_L = 998.3 \text{ kg/m}^3$ ， $\rho_G = 1.098 \text{ kg/m}^3$ ， $\sigma_L = 0.0661 \text{ N/m}$ ， $\mu_L = 0.00046 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ ， $\mu_G = 0.0000203 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ 。

$$\dot{m} = \dot{m}_G + \dot{m}_L = 0.003 + 0.012 = 0.015 \text{ kg/s}$$

$$x = 0.003 / (0.003 + 0.012) = 0.2$$

$$A_c = \pi \times d_i^2 / 4 = 3.848 \times 10^{-5} \text{ m}^2$$

$$G = \dot{m} / A_c = 390 \text{ kg/m}^2 \cdot \text{s}$$

$$\text{Re}_G = G d_i / \mu_G = 1.34 \times 10^5$$

$$\text{Re}_L = G d_i / \mu_L = 5.93 \times 10^3$$

$$f_{GO} = 0.0791 \text{Re}_G^{-0.25} = 0.00413$$

$$f_{LO} = 0.0791 \text{Re}_L^{-0.25} = 0.00901$$

$$A_1 = 17.31$$

$$A_2 = 0.271$$

$$A_3 = 263.8$$

$$\bar{\rho} = 5.47 \text{ kg/m}^3$$

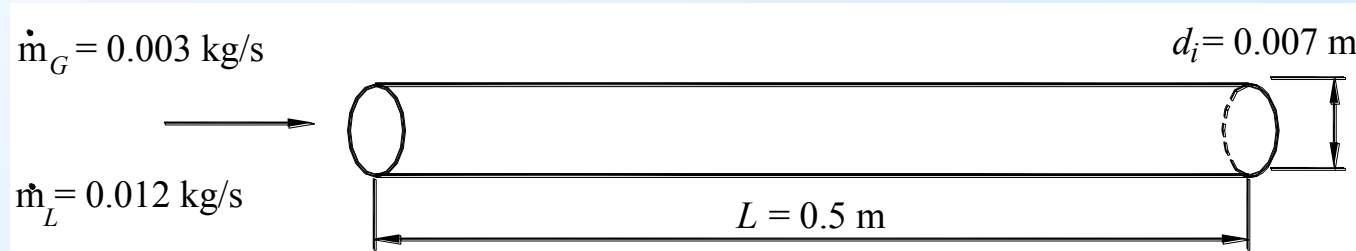
$$\text{Fr} = 7.41 \times 10^4$$

$$\text{We} = 2.94 \times 10^3$$

$$\therefore \phi_{LO}^2 = A_1 + \frac{3.24 A_2 A_3}{\text{Fr}^{0.045} \text{We}^{0.035}} = 123.1$$

$$\Delta P_{LO} = 4L / d_i \times f_{LO} \times G^2 / 2 / \rho_L = 195.9 \text{ Pa}$$

$$\Delta P_f = \phi_{LO}^2 \times \Delta P_{LO} = 123.1 \times 195.9 = 24.1 \text{ kPa}$$





結語

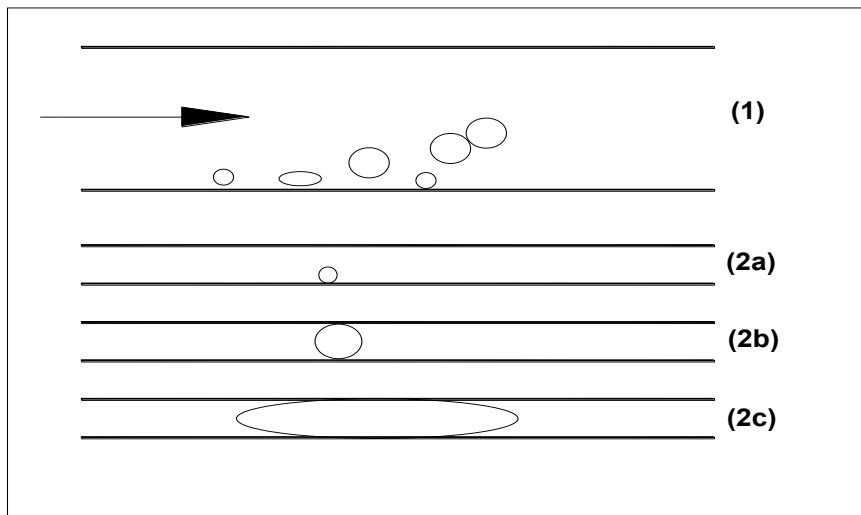
本章節的目的在教導讀者認識一些兩相流的基本熱傳與壓降的計算方法，在兩相熱傳係數的估算上，一般而言， $\pm 25\%$ 的誤差是很正常的，而壓降上的估算， $\pm 50\%$ 的差異也不令人意外，這是因為兩相流動相當複雜，所以讀者要有心理準備，兩相熱流估算的準確度與單相有相當落差。本章節所交代的方程式都是以平滑管為主，在實際應用上，熱傳增強管亦廣為使用，有興趣的讀者可參考Webb and Kim (Principles of enhanced heat transfer, 2005) 一書。



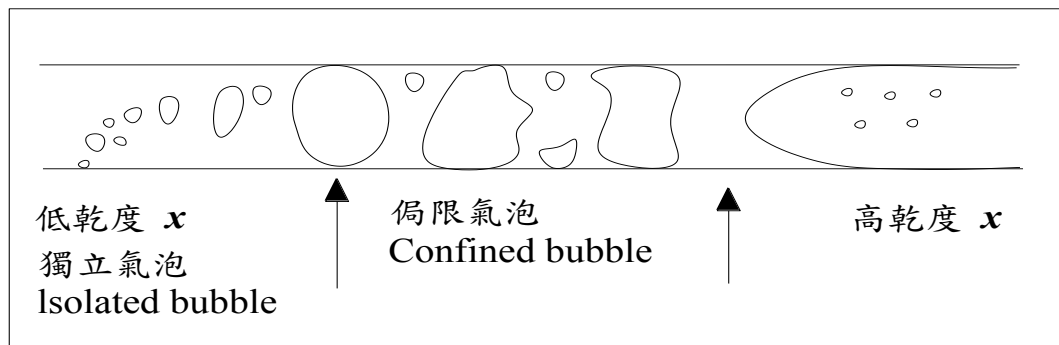
微小通道兩相流動沸騰特性

$$d_{threshold} = \left(\frac{4\sigma}{g(\rho_L - \rho_G)} \right)^{1/2}$$

如果通道尺寸大於 $d_{threshold}$ 時則為傳統通道，反之則為微通道



氣泡尺寸相對於通道大小所展現的特性



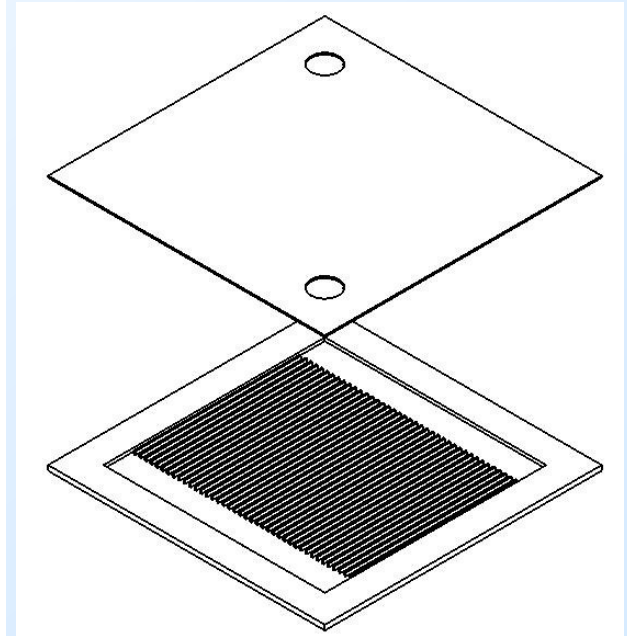
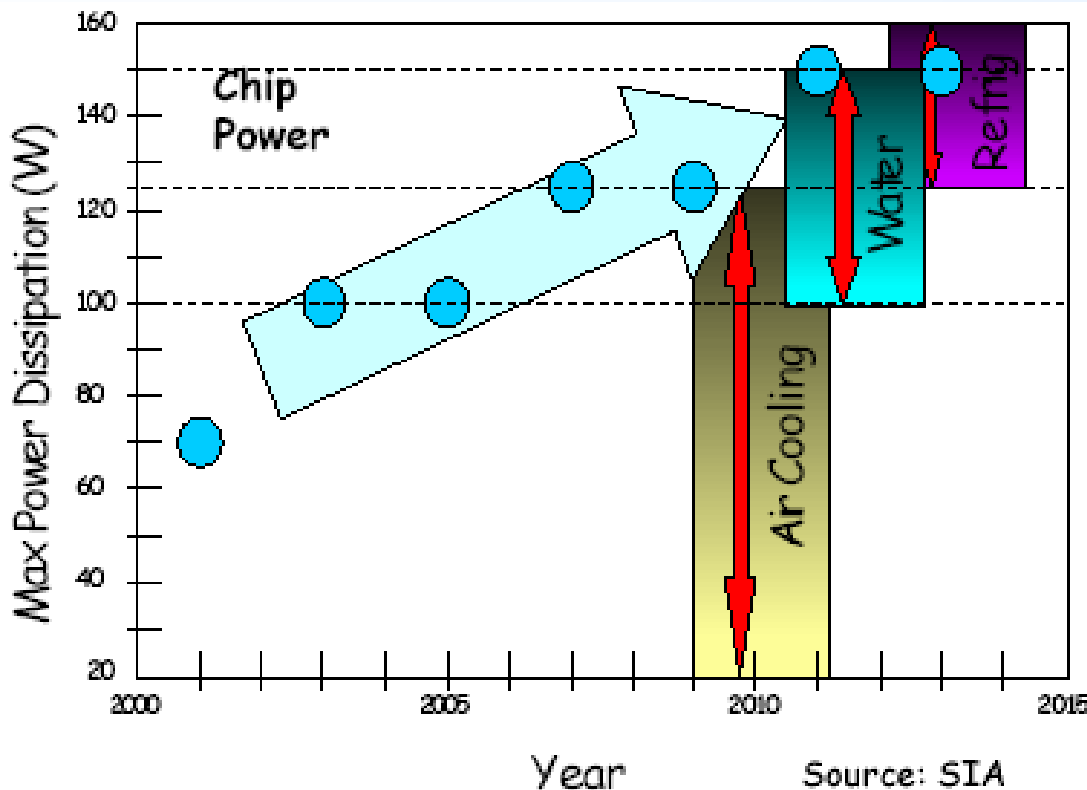
典型微通道之氣泡特性

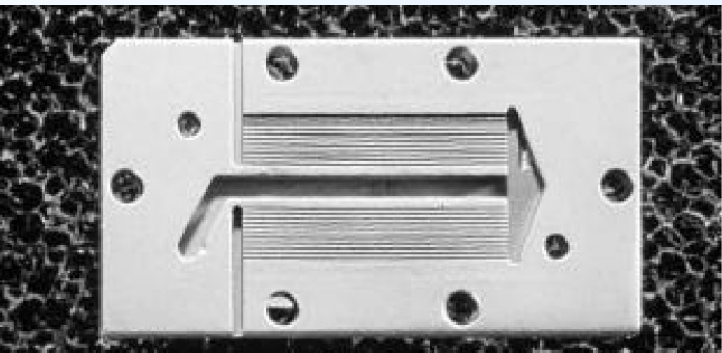
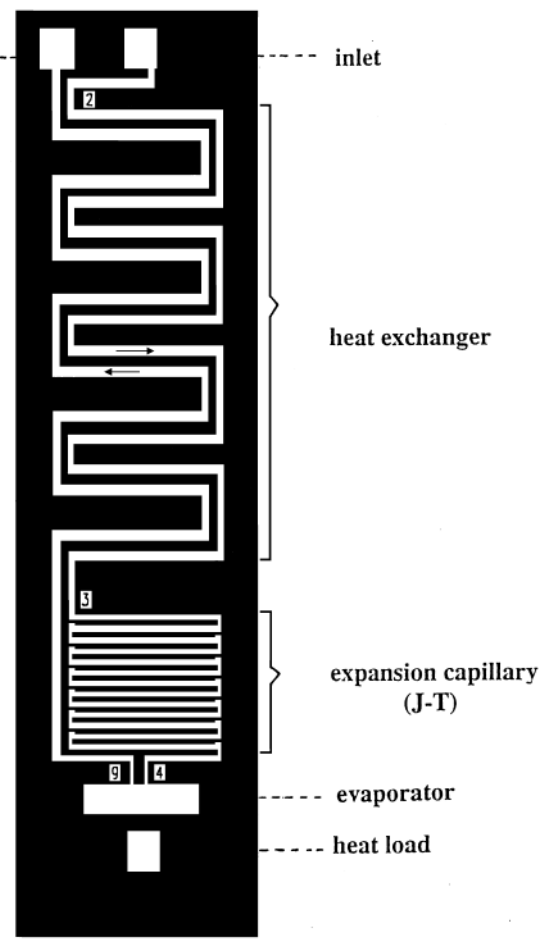
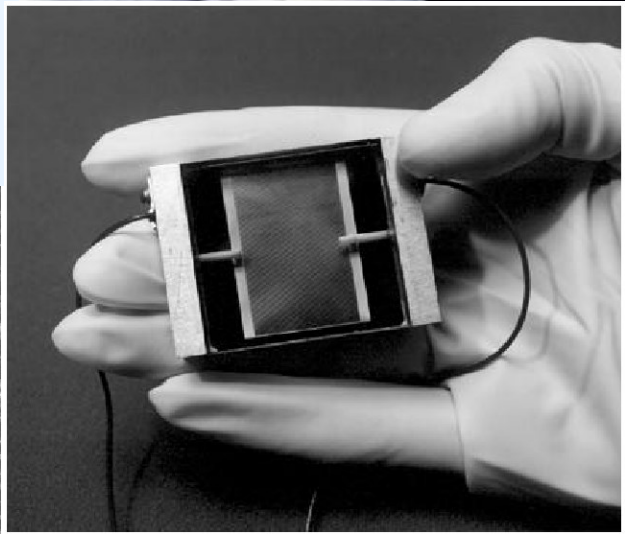
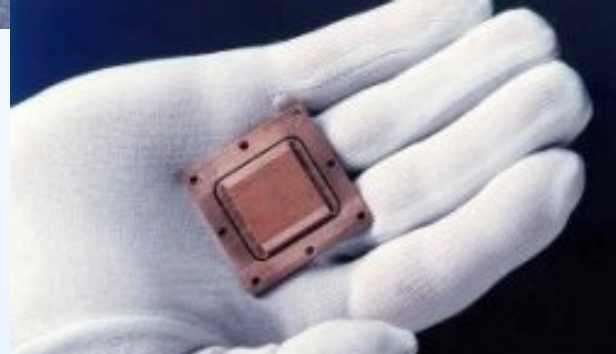
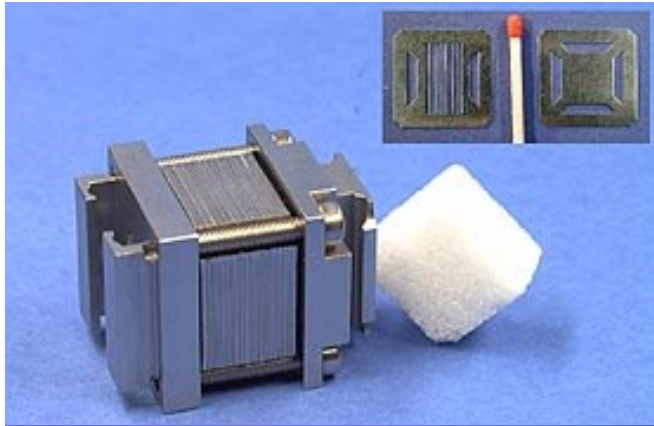


為何要使用微小通道?



Water-cooled Micro-channel HXs Usually with micro-channels







Why Use smaller Channel?

Consider a reduction of D_h with a factor of 10

- In this case, 10 times increase of heat transfer coefficient ($Nu = hD_h/k$)
- In this case, 10 times increase of heat surface area at the same volume)
- For the same thermal resistance, flow rate, and pressure drop constraints, the microchannel design offers 1/100 Less volume!

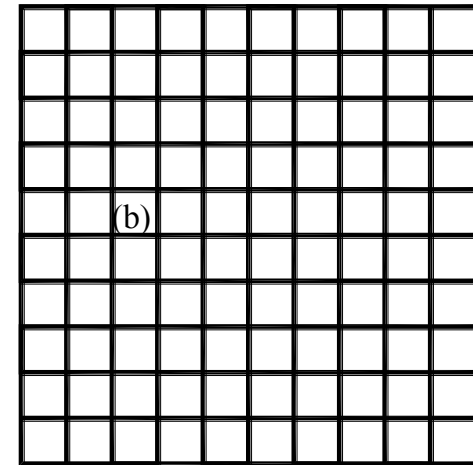
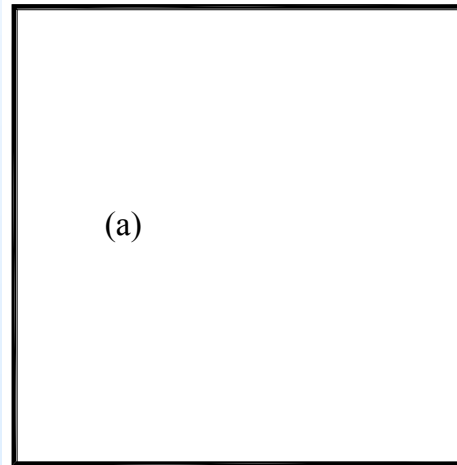
$$\Delta P = \frac{4L}{D_h} f \frac{1}{2} \rho u^2 = \frac{4L}{D_h} f \frac{\rho u D_h}{\mu} \frac{\mu}{D_h} \frac{1}{2} u$$

$$= \frac{2\mu u L}{D_h^2} f \text{Re}$$

$$\Delta P \propto \frac{L}{D_h^2} \rightarrow L \text{ must reduce to } \frac{1}{100} \text{ to}$$

maintain a constant ΔP , while the thermal

resistance $\frac{1}{hA}$ stays the same! This implies a reduction of volume to its original $\frac{1}{100}$





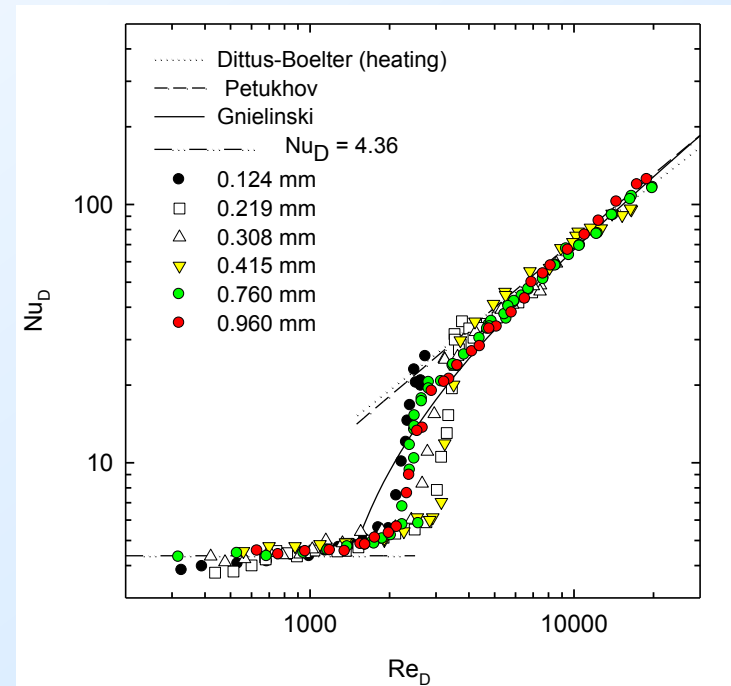
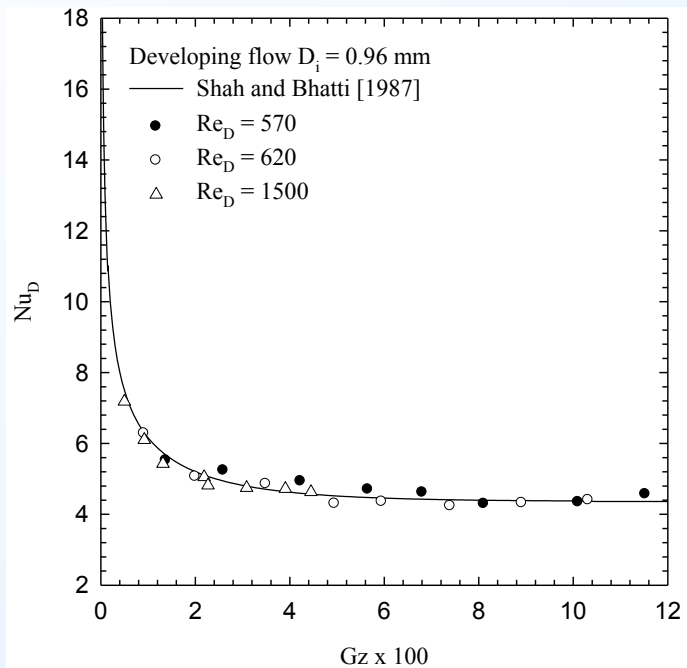
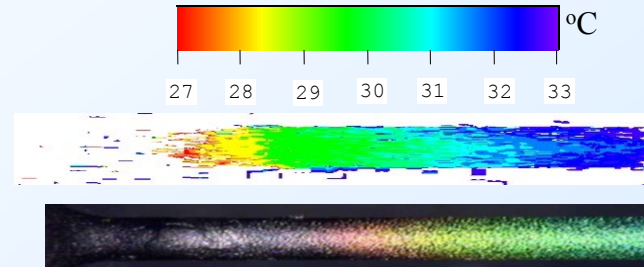
What's problem in designing Microchannels?

- Correct dimension (most crucial!), correct flow rate
- Effect of entrance
 - Hydraulic entrance length
 - Thermal entrance length
 - Simultaneously entrance effect
- Mostly Laminar flow
 - Depends on boundary conditions



Does the heat/flow characteristics in micro channel behaves like macro channel?

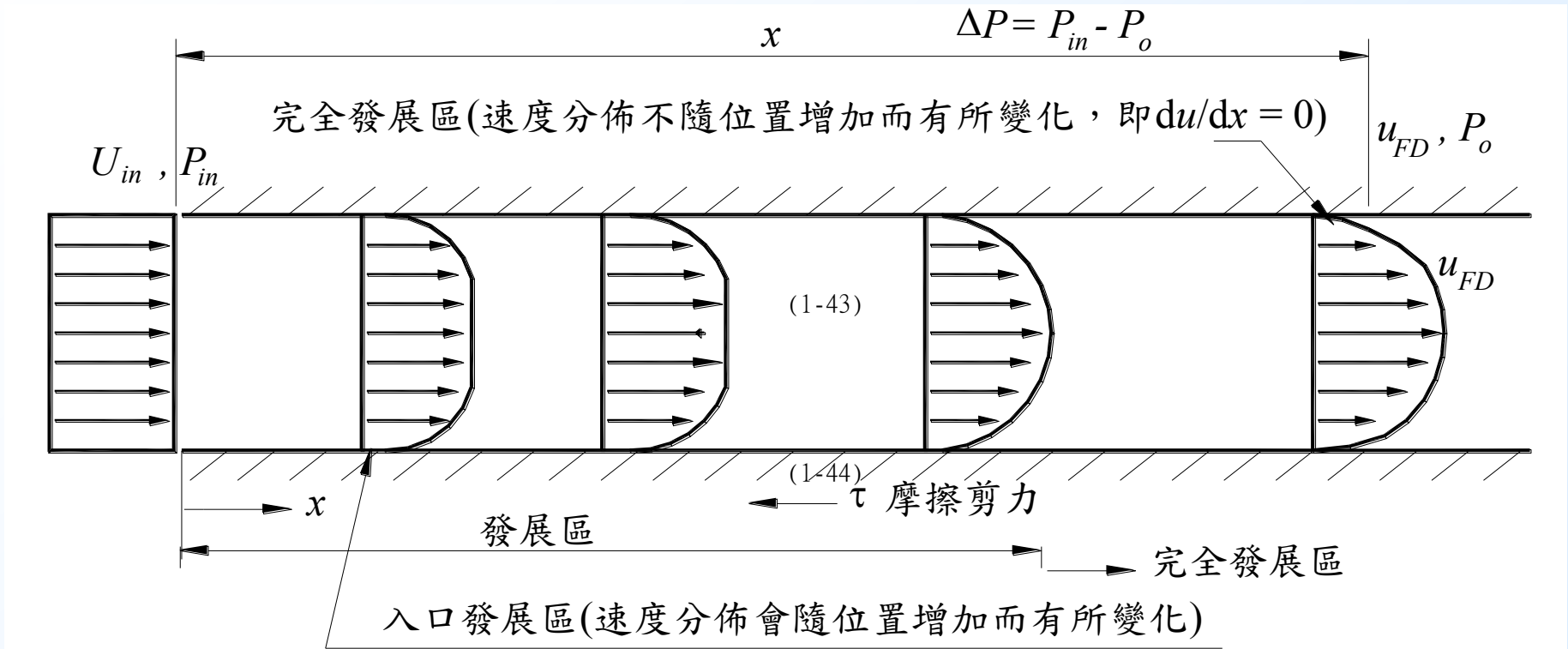
- ❑ $Nu_D (= hD/k)$
- ❑ For single-phase fluid in the range of 0.1 to 1.0 mm, heat transfer behaves just like macro-channels





Effect of hydraulic entrance

$$L_{hy}^+ = \frac{L_{hy}}{D_h Re}$$



$$L_{hy}^+ \approx 0.05 \text{ (有些文獻建議 } 0.06) \text{ (層流流動)}$$

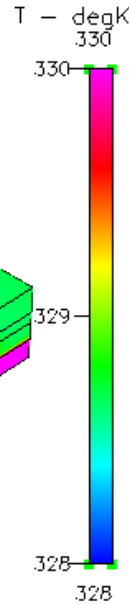
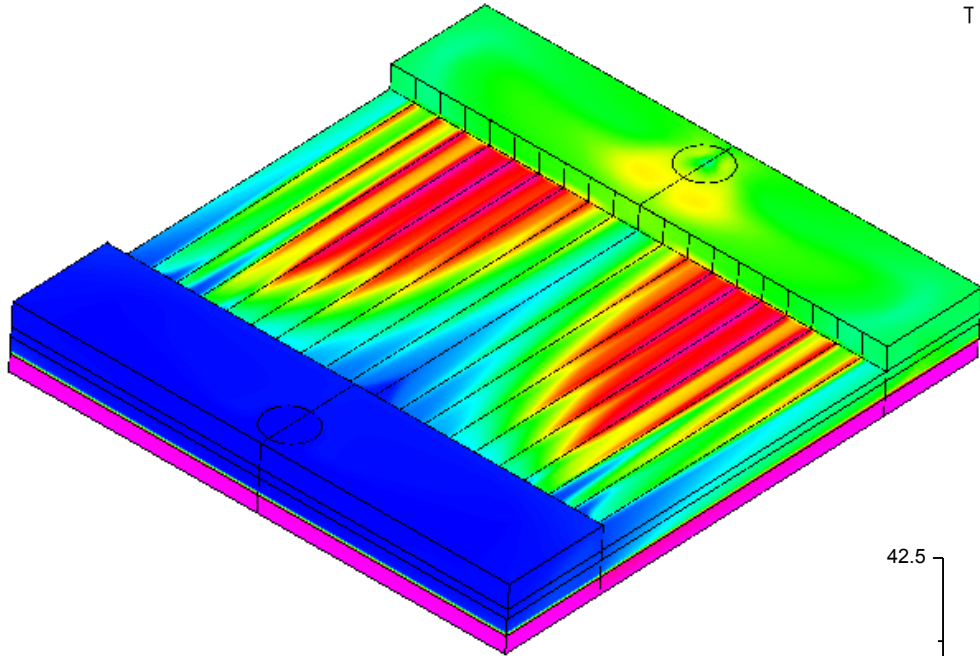
$$L_{hy}^+ \approx 4.4 Re^{\frac{5}{6}} \text{ (紊流流動} \rightarrow \text{資料來源: } www.engineeringtoolbox.com)$$



微通道不均勻分布之效應

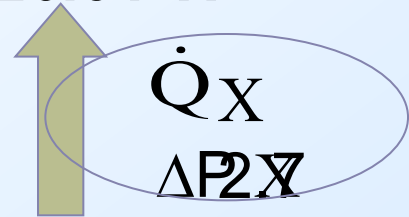


Multi-port HX



$\Delta P = 2.17 \text{ kPa}$

$\dot{Q} = 126.91 \text{ W}$



(1) $\Delta P = 4.9 \text{ kPa}$
 $\dot{Q} = 47.94 \text{ W}$

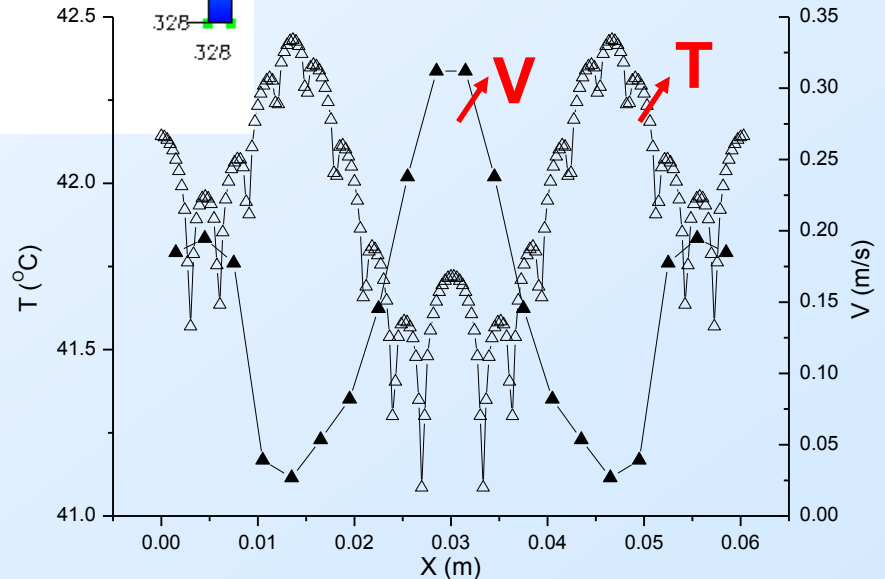
$V_{in} = 1.0 \text{ (m/s)}$:

Flow mal-

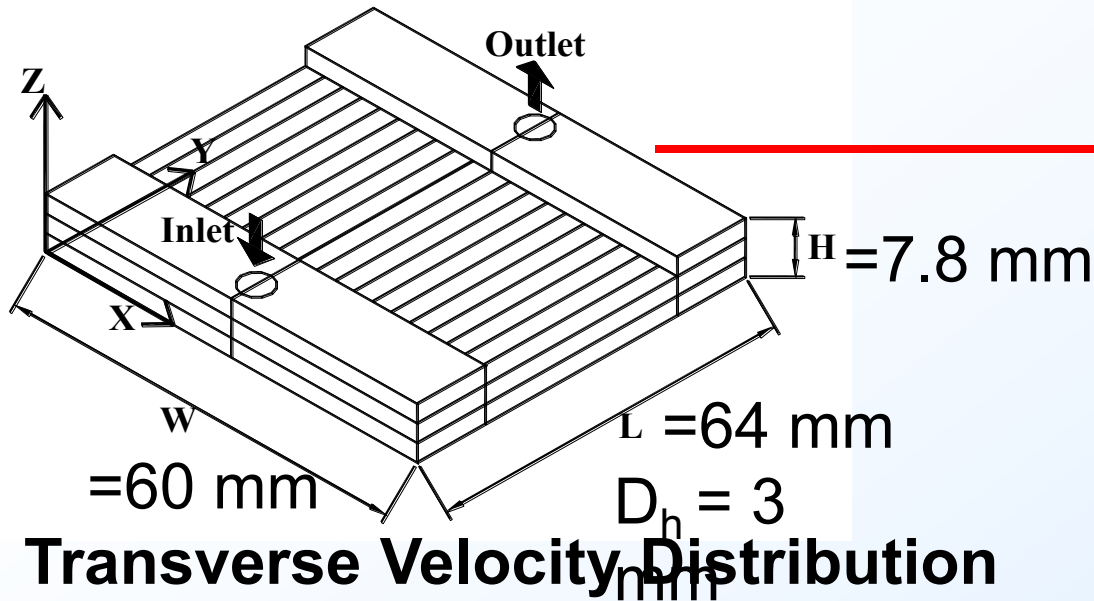
distribution: 0.2852 (m/s)

Non-uniformity of
Temperature field: $1.34 \text{ (}^\circ\text{C)}$

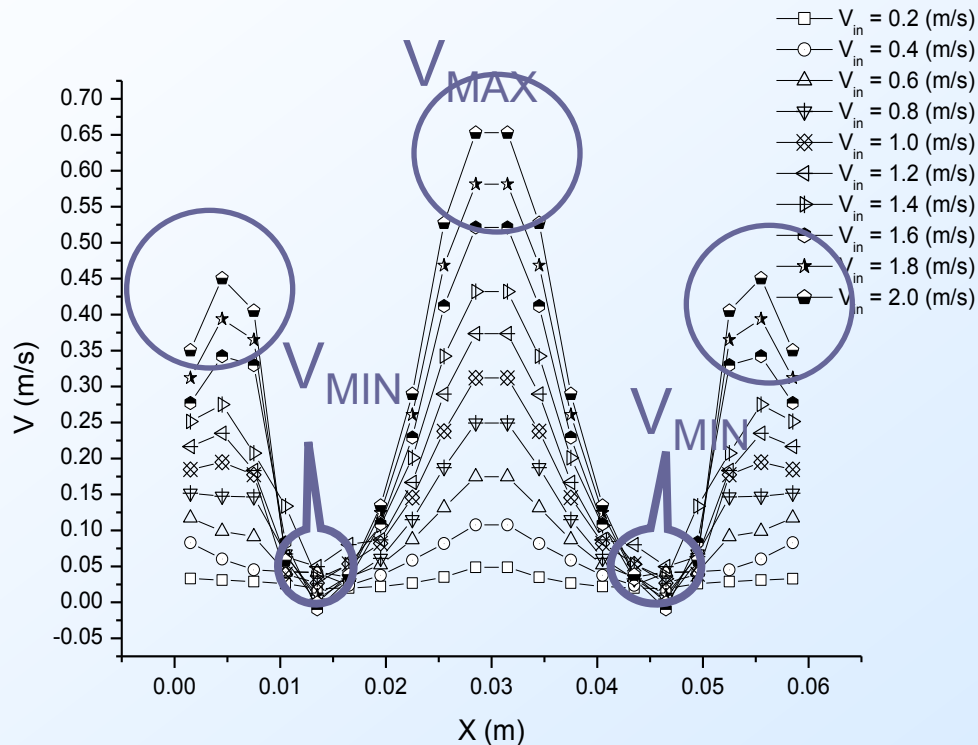
$\Delta Q_{MAX} = 148 \text{ (W)}$



Multi-port Cold



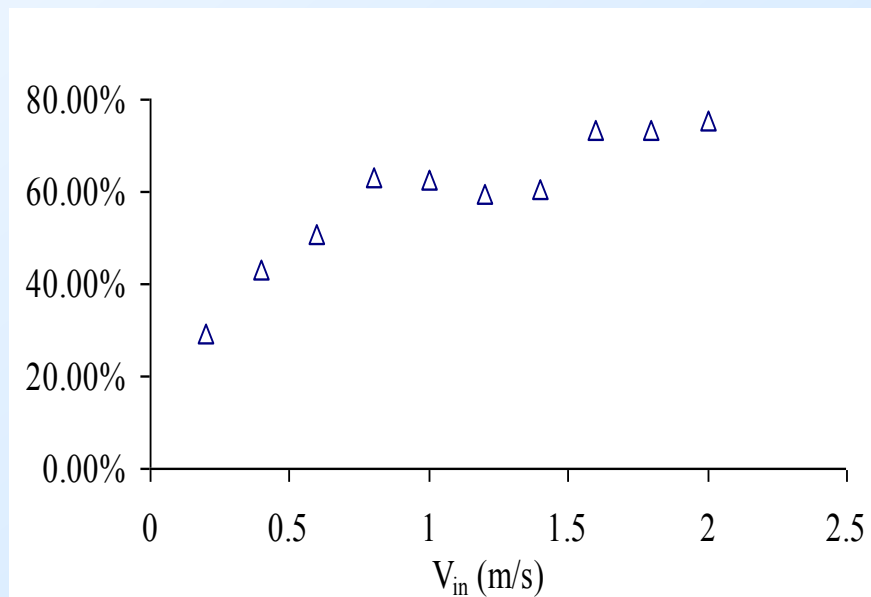
Transverse Velocity Distribution



$$V_{STD} \equiv \sqrt{\frac{n \sum_i v_i^2 - (\sum_i v_i)^2}{n(n-1)}}$$

Flow Mal-distribution

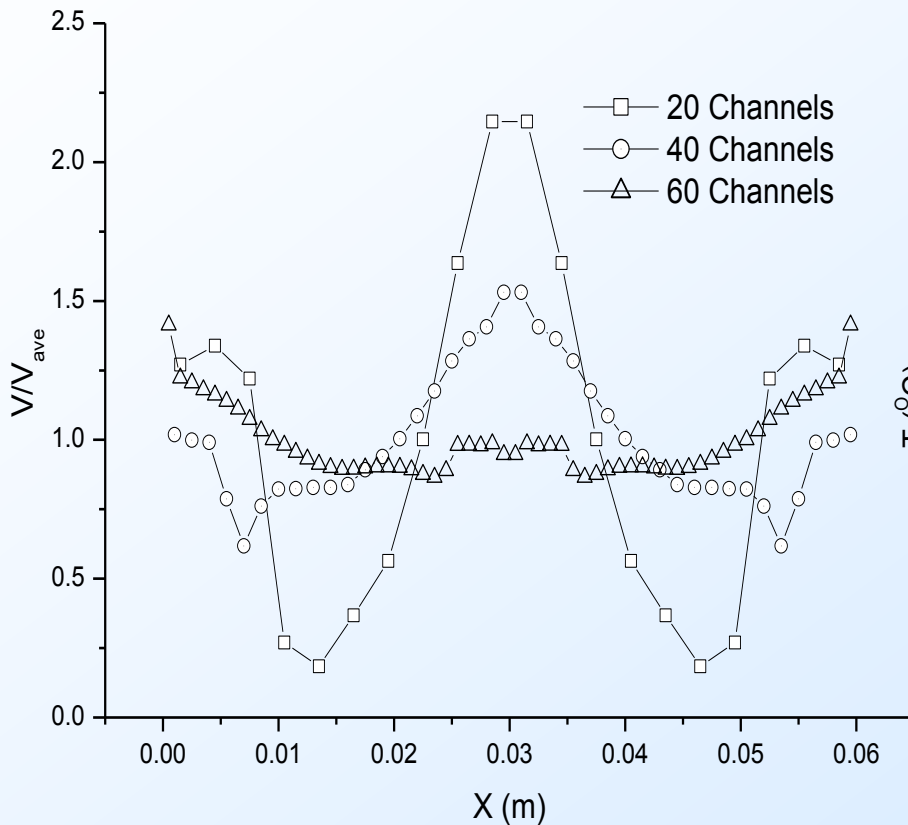
V_{STD}/V_{ave}



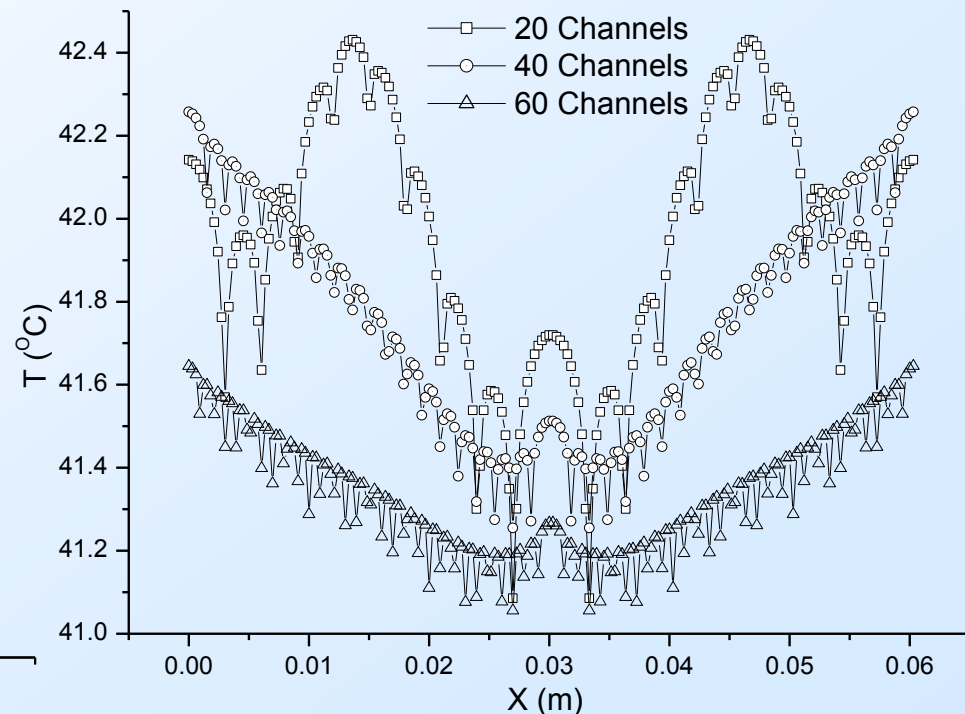


Effect of number of port (20, 40, 60)

Velocity profiles of 20(\square), 40(O) and 60(Δ) channels for $V_{in} = 1.0$ m/s.



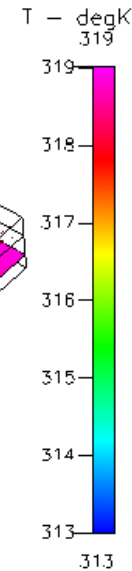
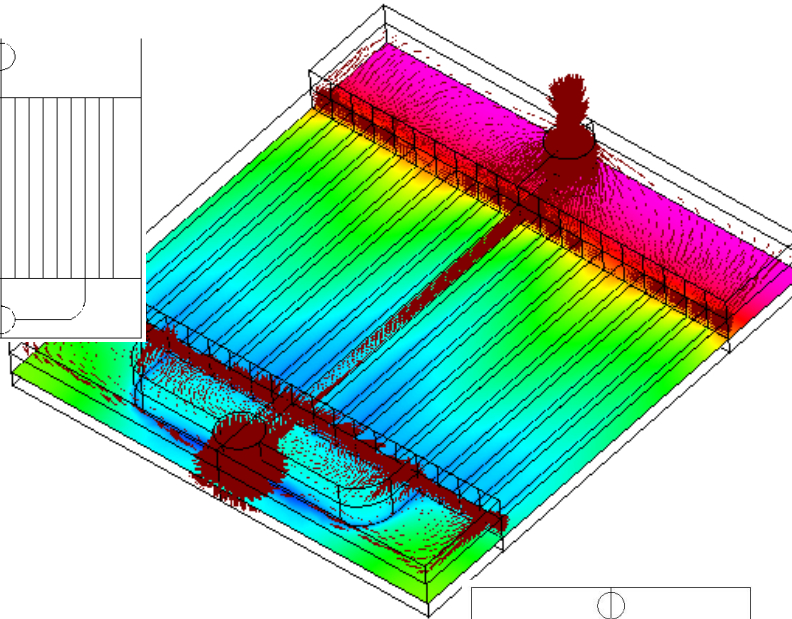
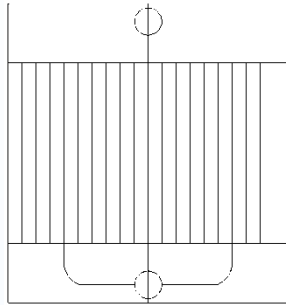
Temperature distribution of 20 (\square), 40 (O) and 60 (Δ) channels cold-plates for $V_{in} = 1.0$ m/s.



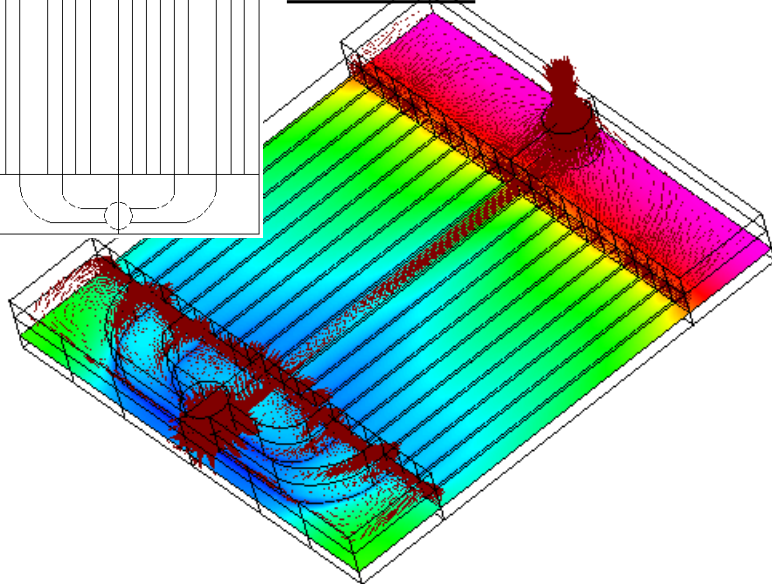
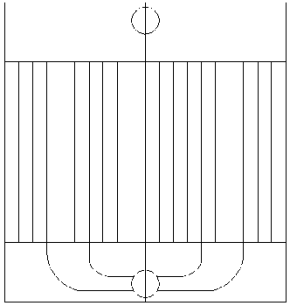


Influence of Guide-plate

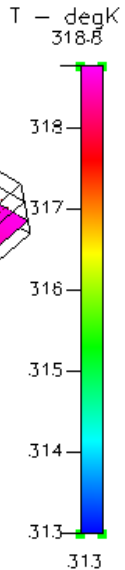
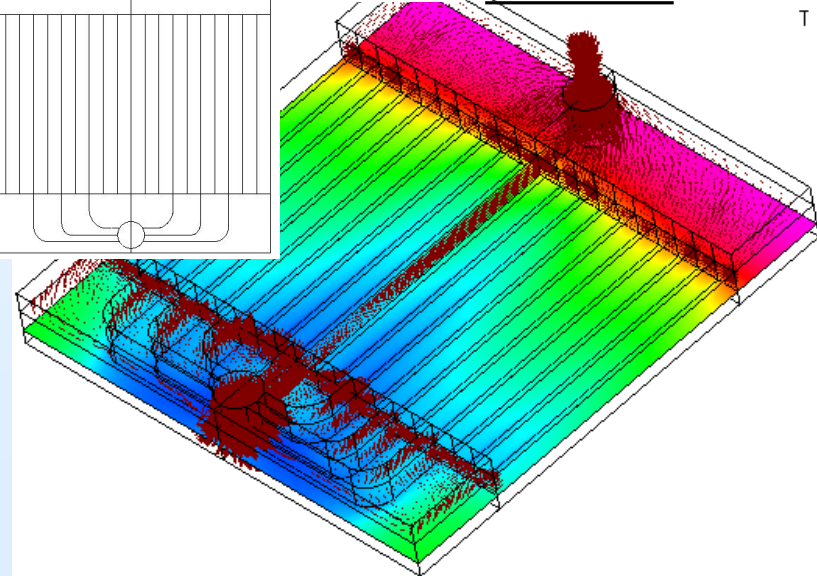
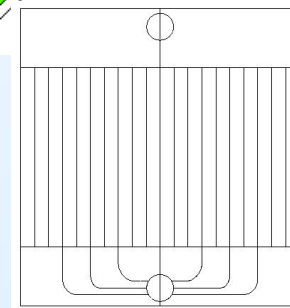
1 F. G.



2 F. G.

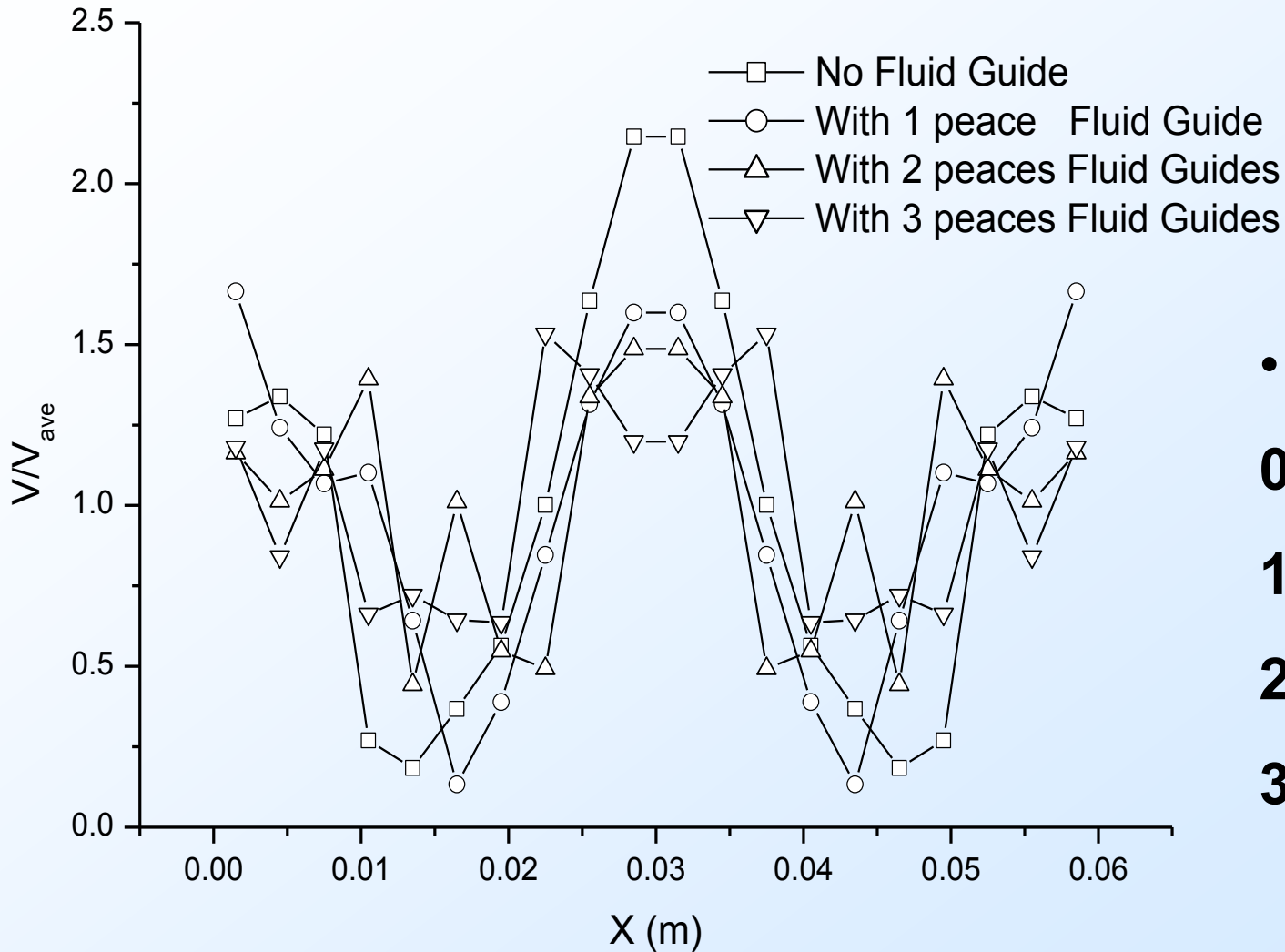


3 F. G.





Influence of Guide Plate, Conti.



• **Flow Mal-dis.**

0 F.G. : 62.7 %

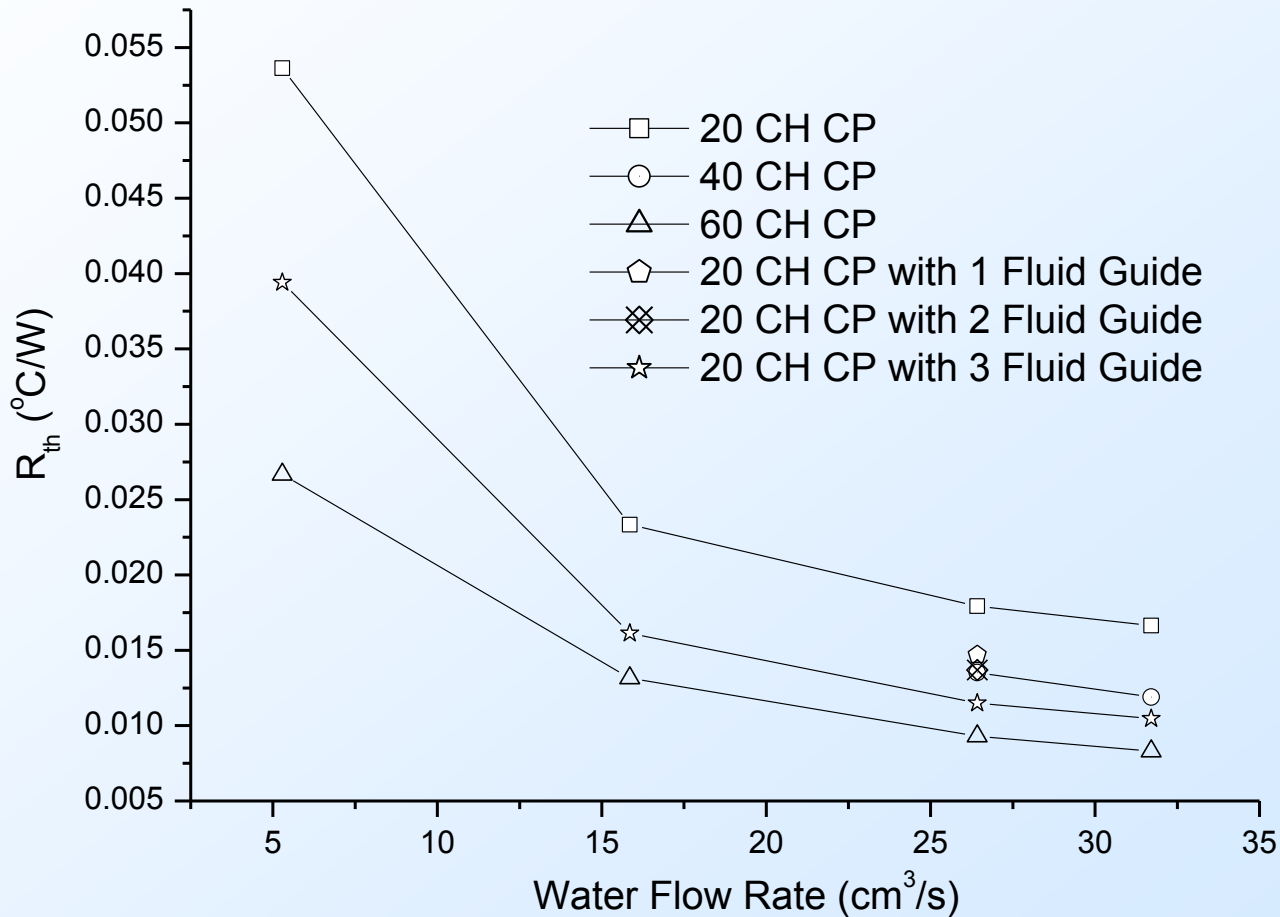
1 F.G. : 48.7 %

2 F.G. : 37.2 %

3 F.G. : 32.3 %

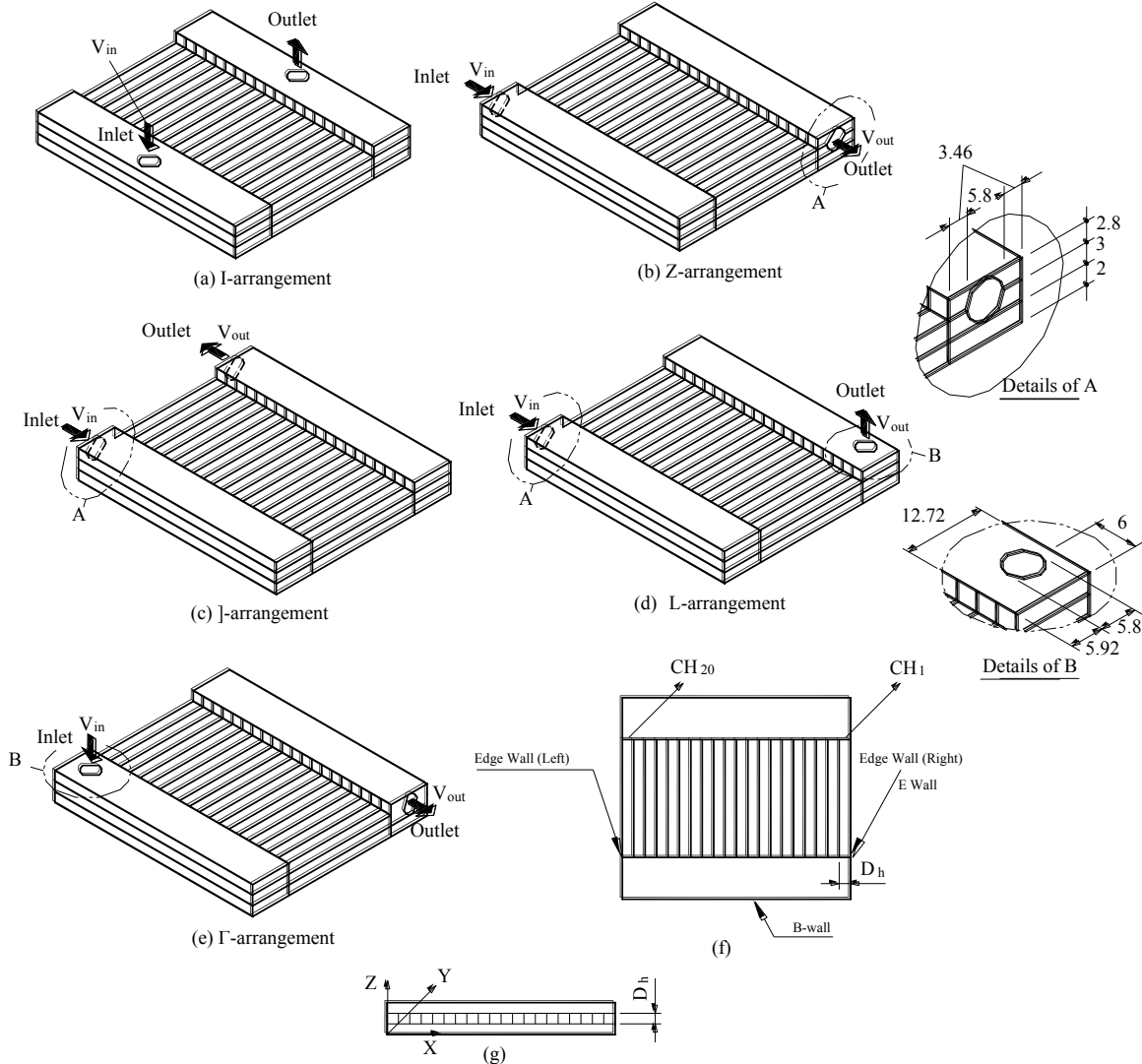


Effect of Guide Plate – R_{th}



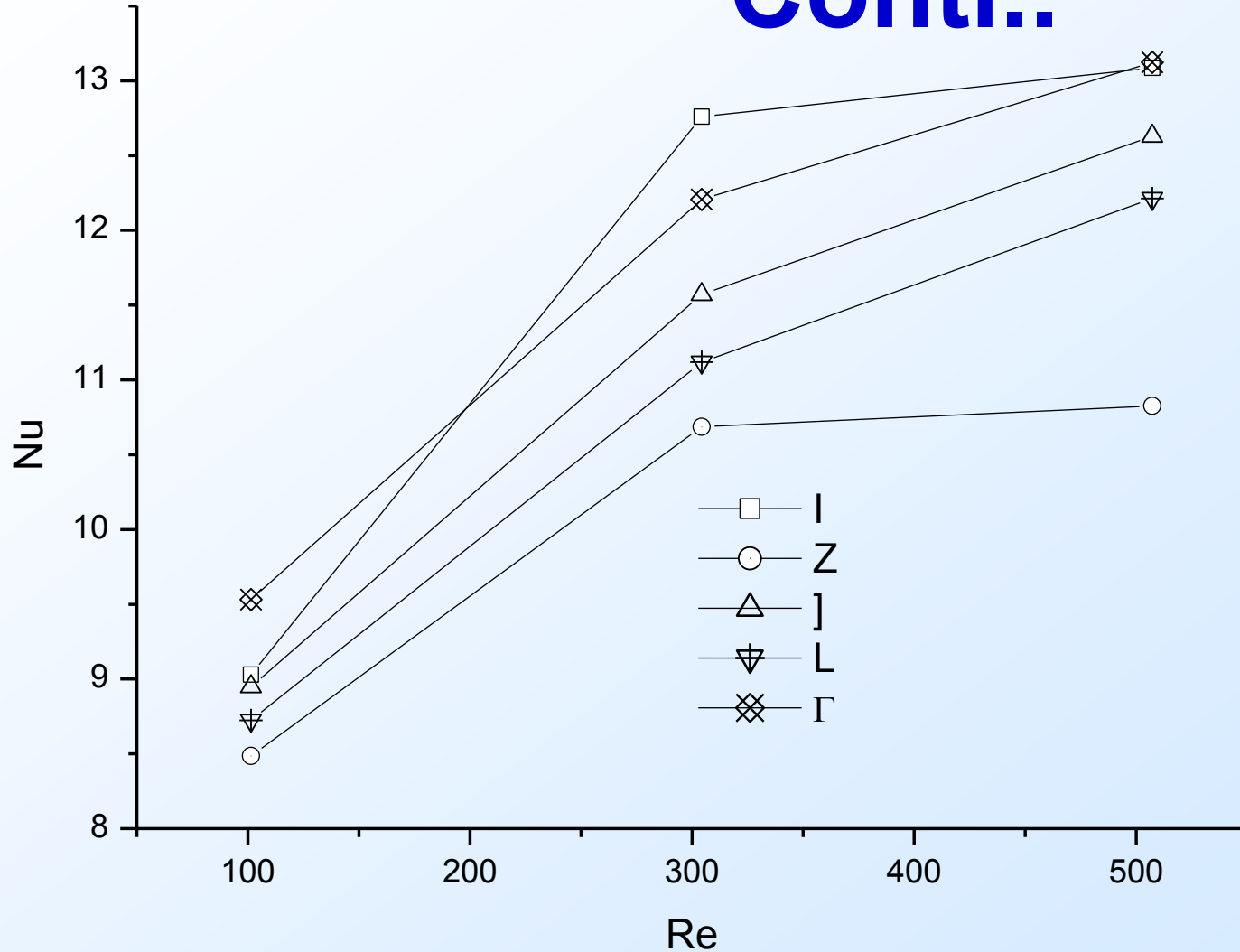


Effect of Inlet locations



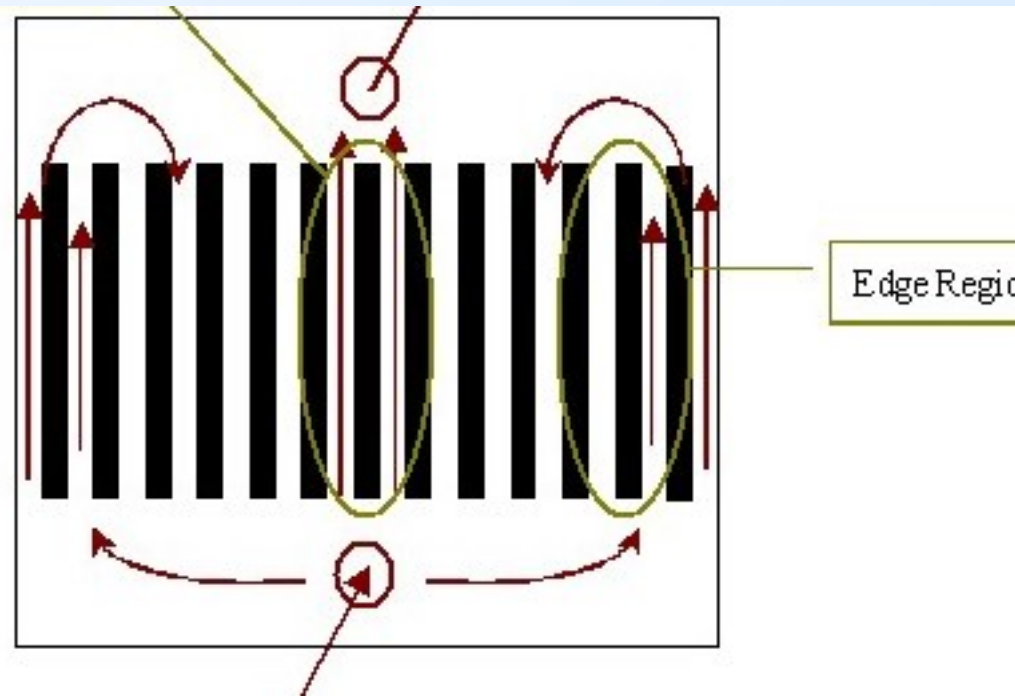
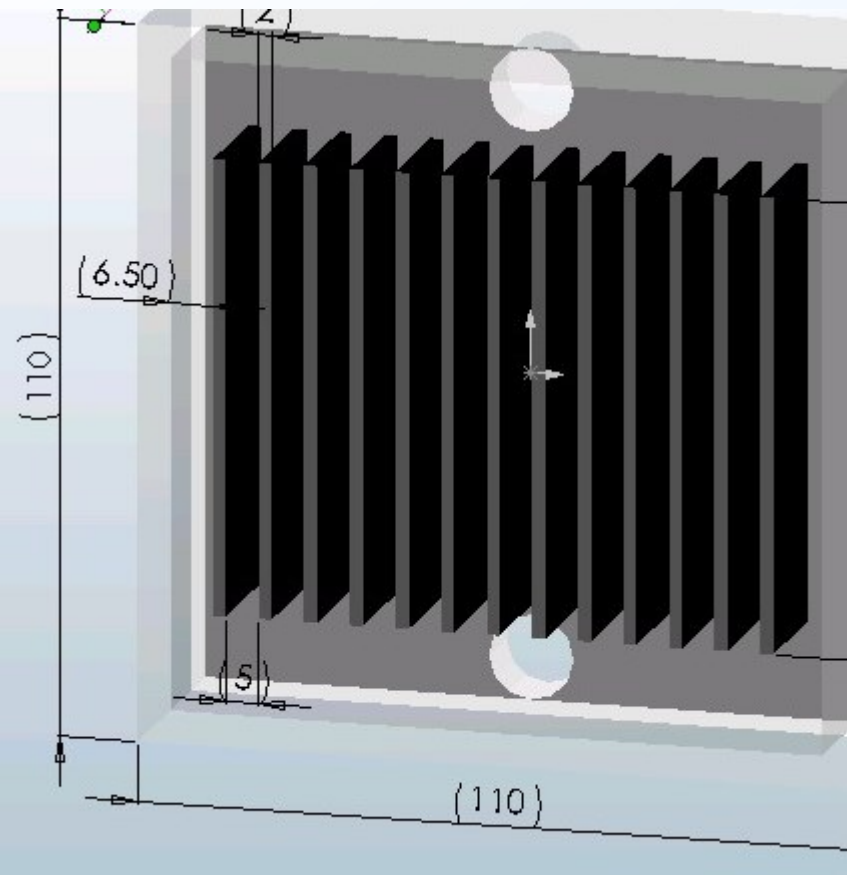
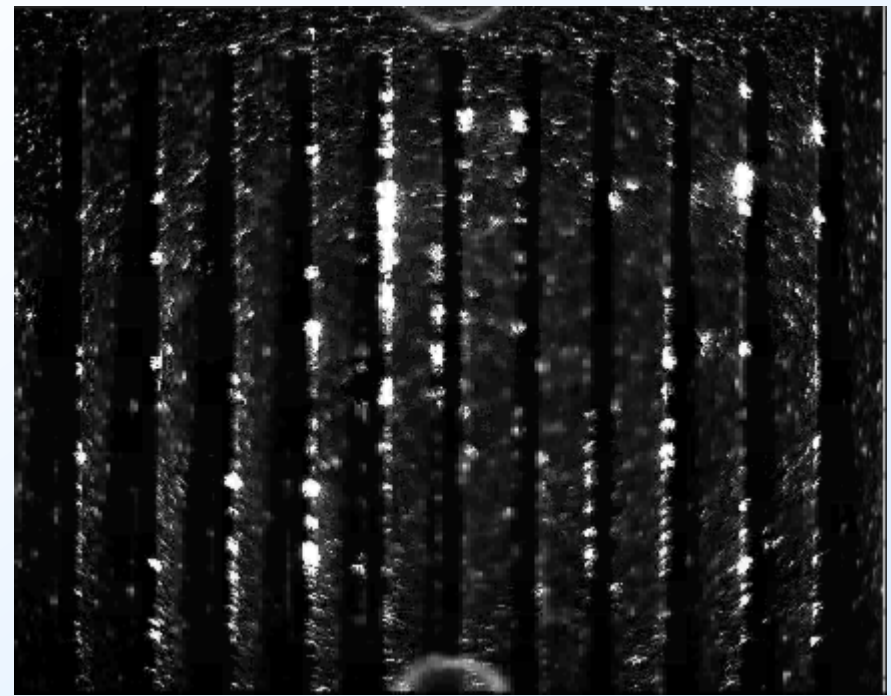


Effect of Inlet locations, Conti..



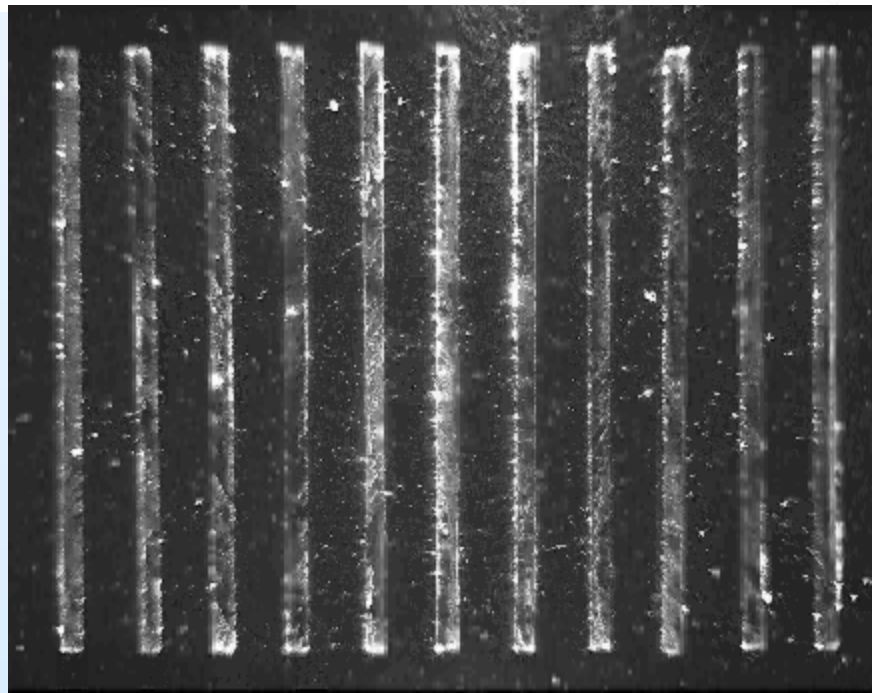
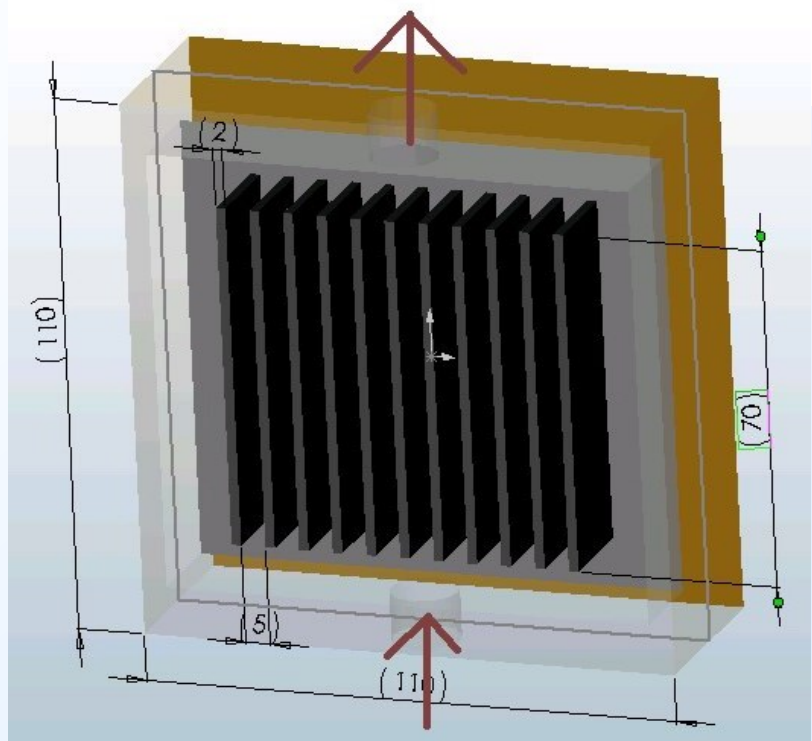
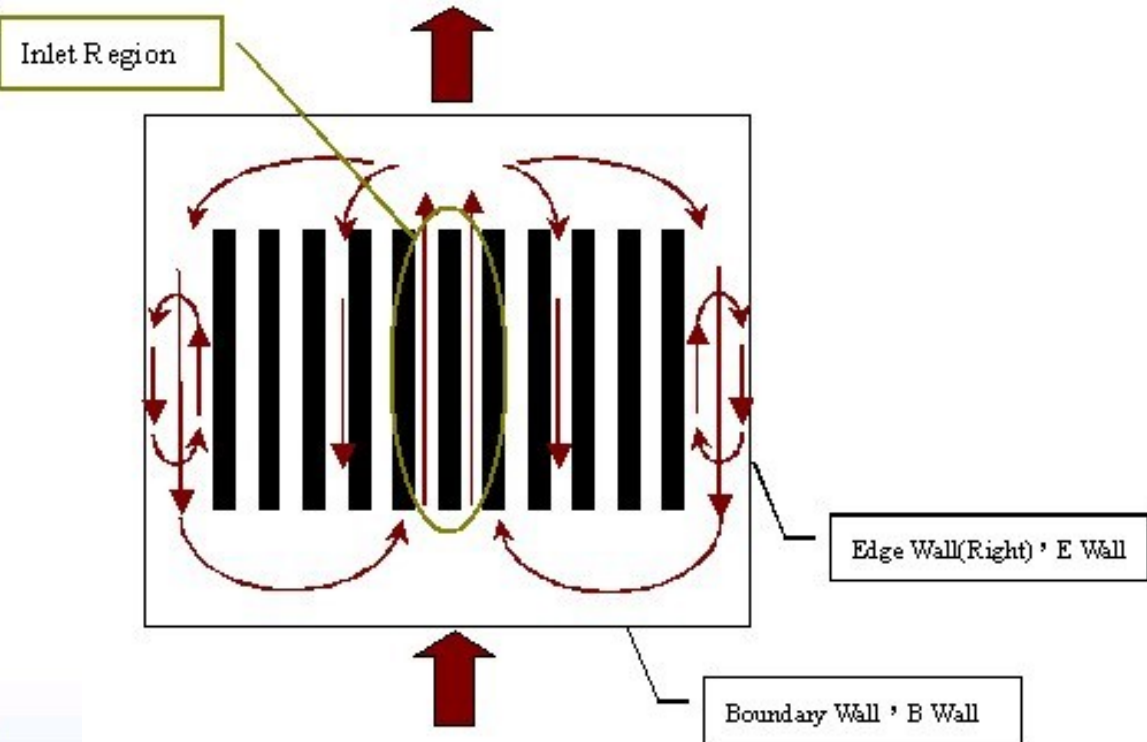


PIV Flow Visualization : I Arrangement – Uniform Gap



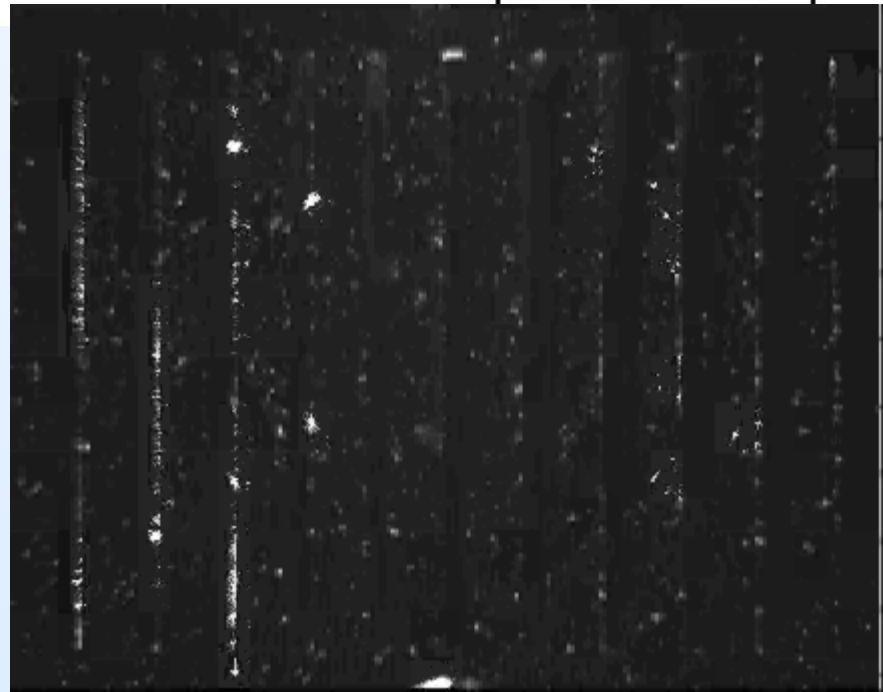
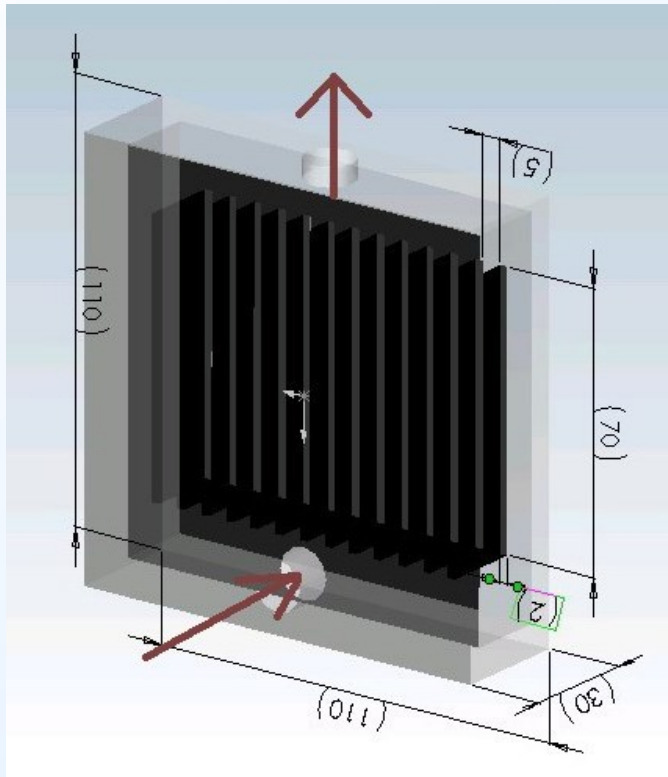
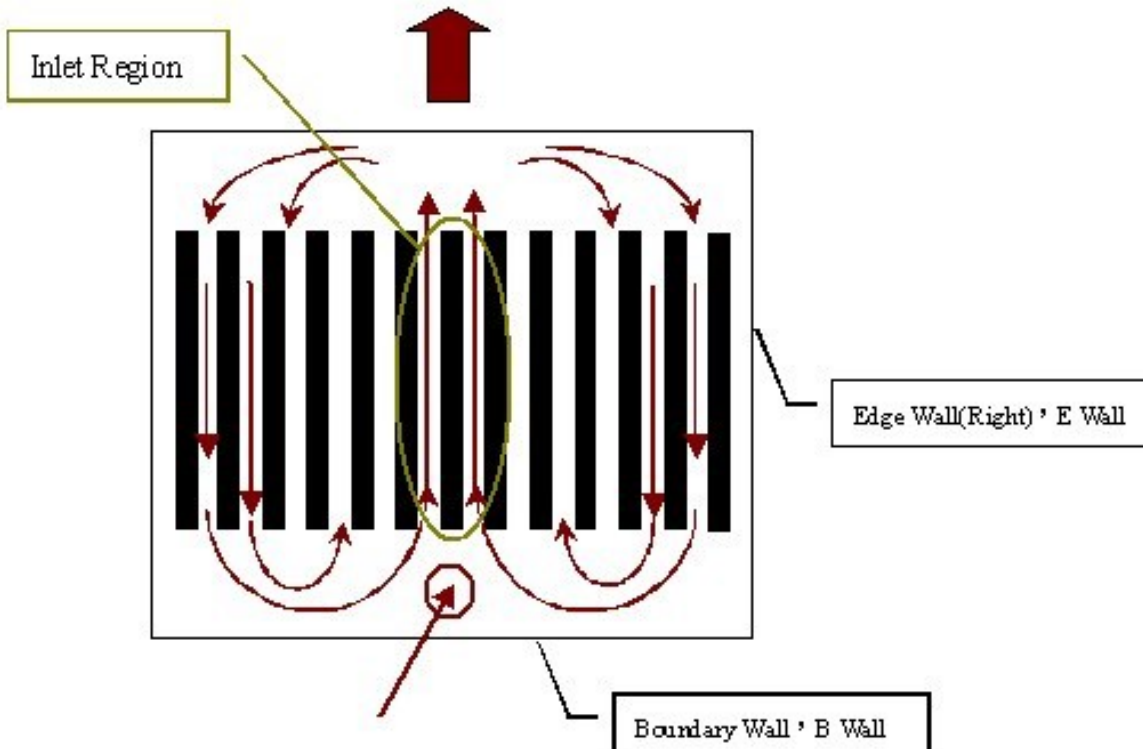


PIV Flow Visualization



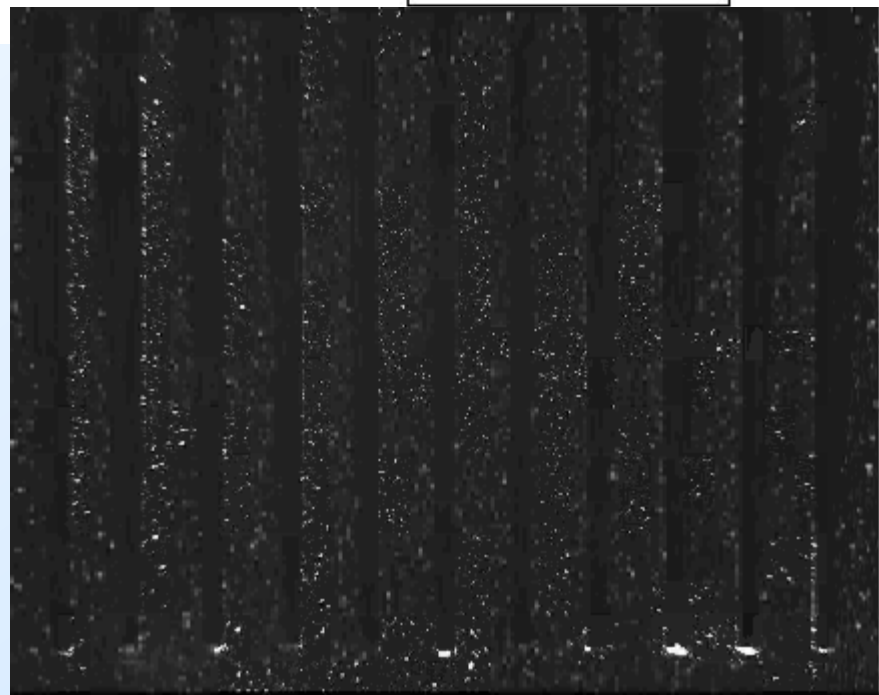
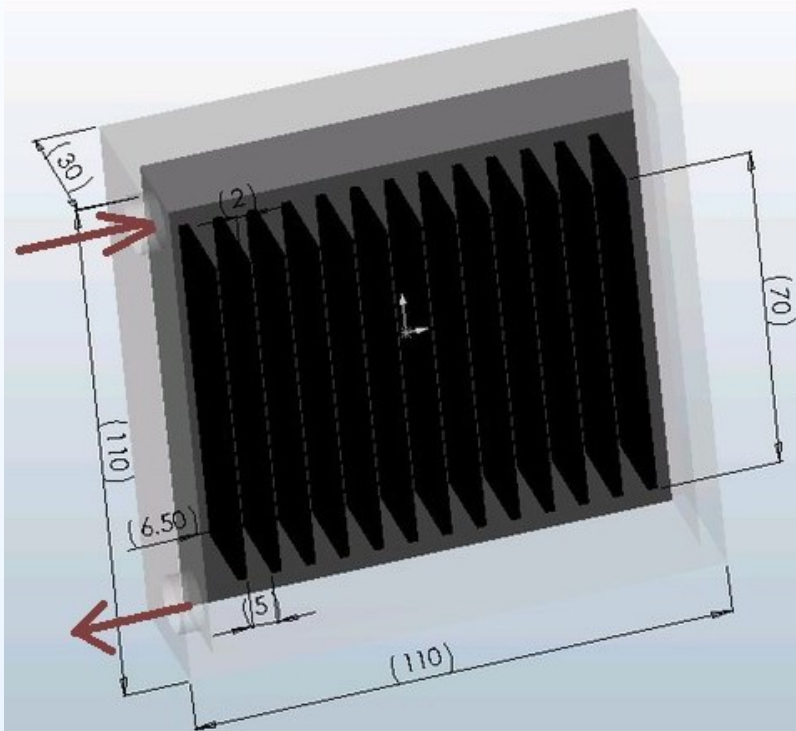
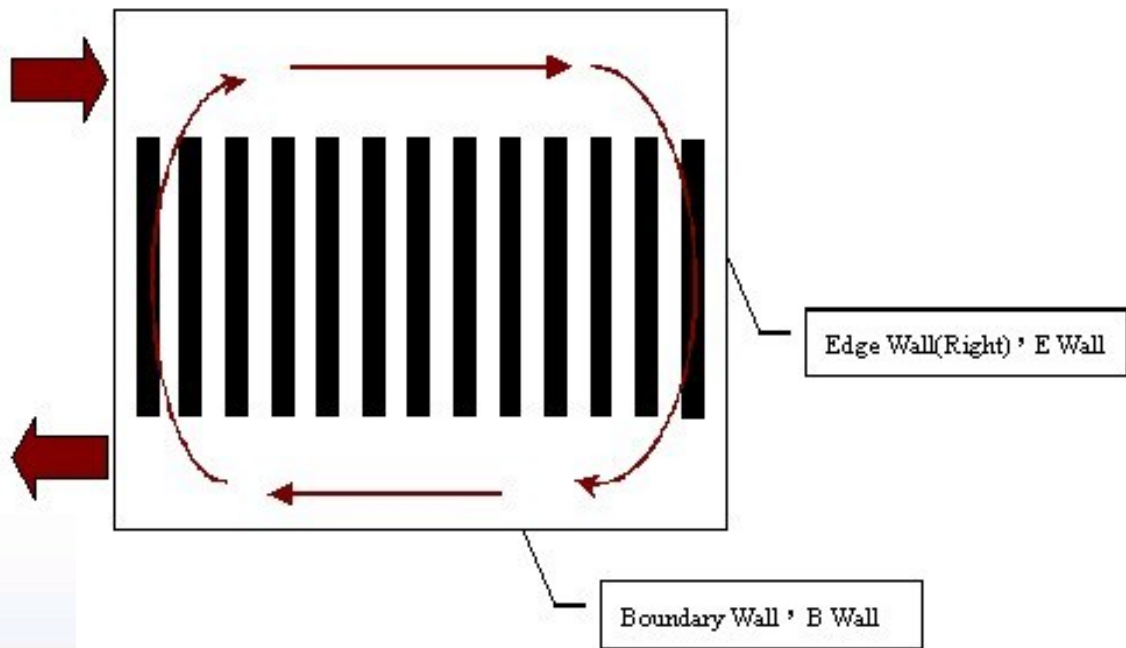


PIV Flow Visualization



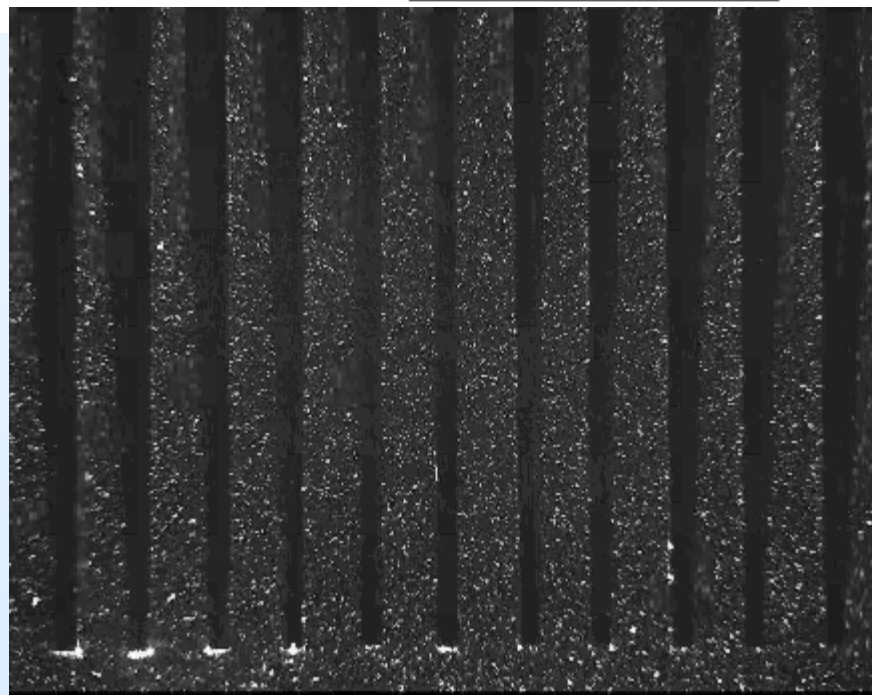
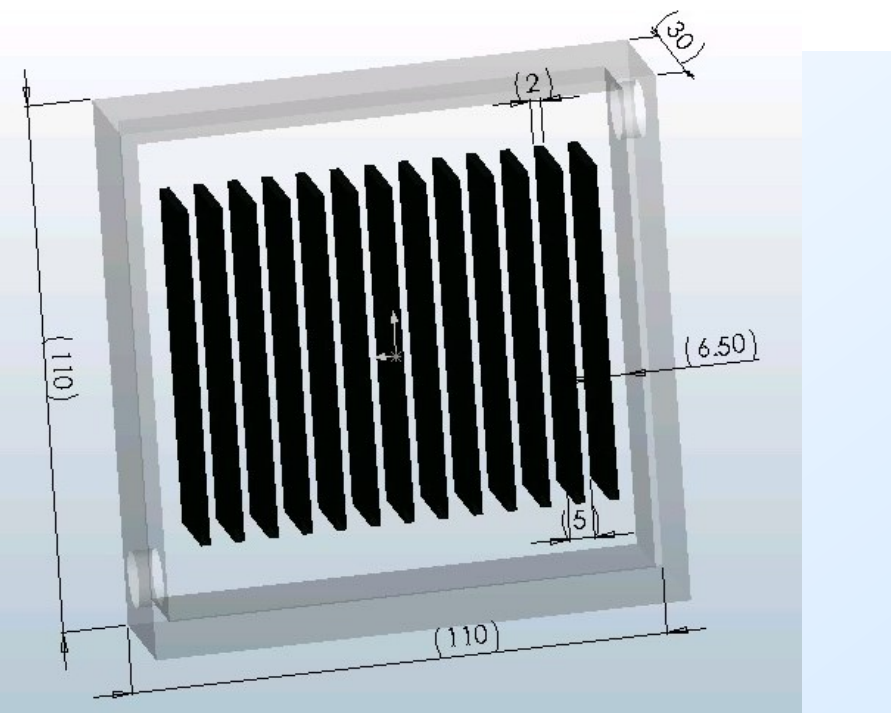
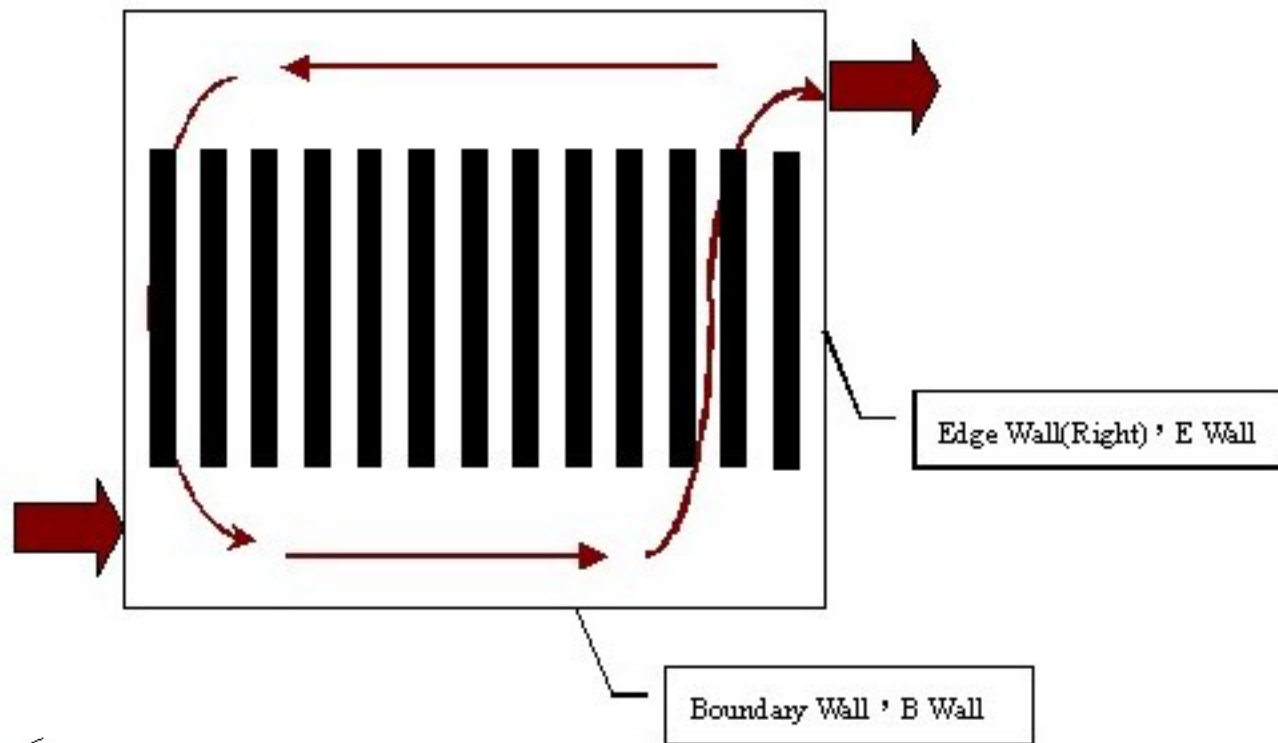


PIV Flow Visualization





PIV Flow Visualization





Example

- For a laminar flow $Re = 1000$, and a turbulent flow condition with $Re = 10000$.

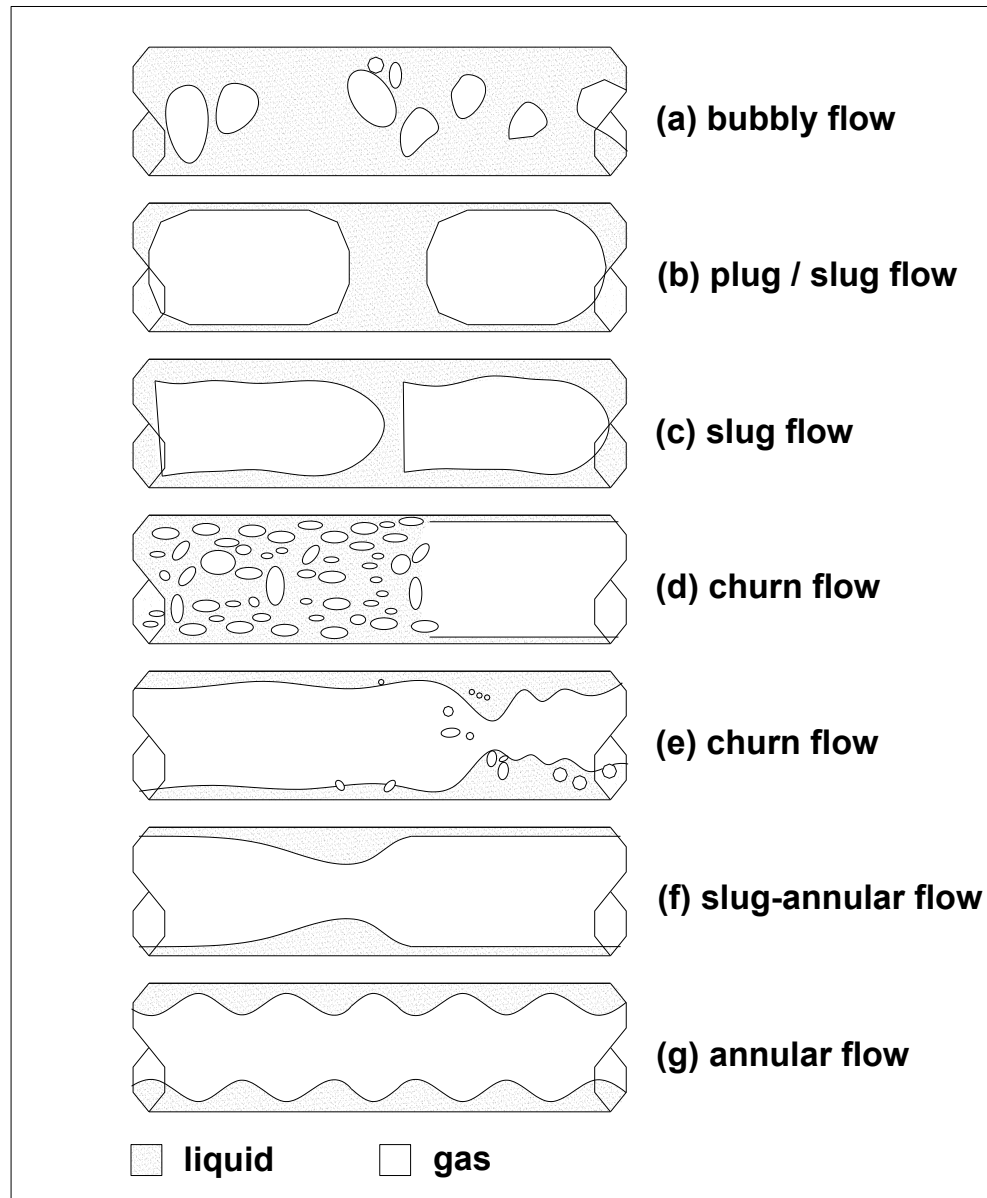
Then

$$L_{hy,laminar} \approx 0.05(\text{或}0.06) \times 1000 \times D_h = 50 \sim 60 D_h$$

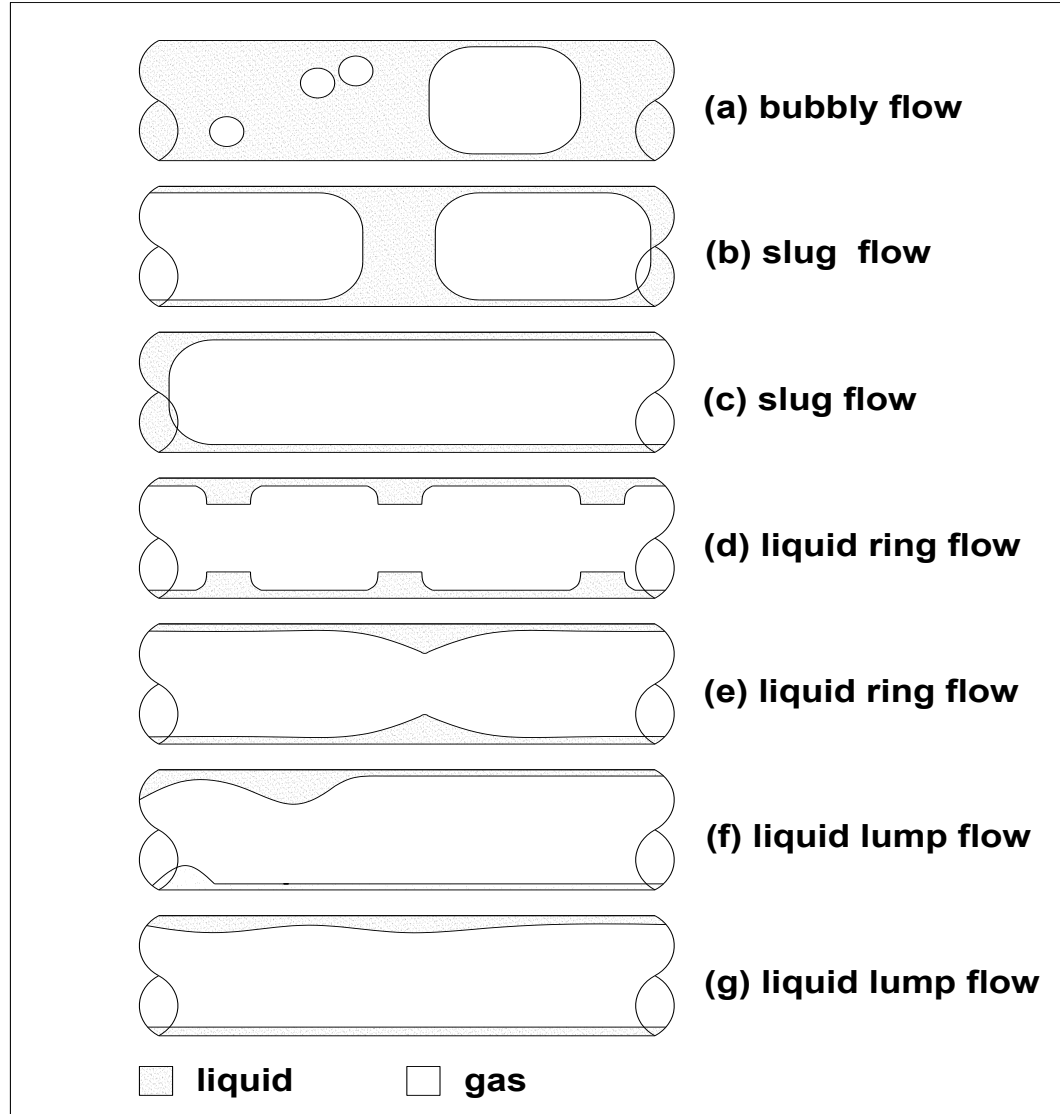
$$L_{hy,turbulent} \approx 4.4 \times 10000^{1/6} \times D_h = 20.5 D_h$$



微通道兩相流譜



典型微通道之兩相流動流譜(管徑大小約在1 mm 上下)





ΔP_c 為流入微通道時因流道變小所造成的壓降，Coleman (2003)建議採用Hewitt (2000)的估算方法：

$$\Delta P_c = \frac{G^2}{2\rho_L} \left(\left(\frac{1}{C_o} - 1 \right)^2 + 1 - \frac{1}{\sigma_c^2} \right) \psi_h$$

$$C_o = \frac{1}{0.639 \left(1 - \frac{1}{\sigma_c} \right)^{0.5} + 1}$$

$$\psi_h = \left(1 + x \left(\frac{\rho_L}{\rho_G} - 1 \right) \right)$$



ΔP_a 為流體因加熱造成密度變化所造成的壓降，
如果考慮均質流動，則可近似如下

$$\Delta P_a = \int_{x=x_{in}}^{x=x_{out}} G^2 v_{LG} \frac{dx}{dz} dx = G^2 \left(\frac{1}{\rho_G} - \frac{1}{\rho_L} \right) \Delta x$$

如果考慮均勻加熱，則

$$dx = \frac{q P_h dz}{i_{LG}}$$

其中 q 為熱通量， P_h 為周長， i_{LG} 為潛熱。

$$\Delta P_a = \int_{z=0}^{z=z_{out}} G^2 v_{LG} \frac{dx}{dz} dz = \int_{z=0}^{z=z_{out}} G^2 v_{LG} dx = G^2 \left(\frac{1}{\rho_G} - \frac{1}{\rho_L} \right) (x_{out} - x_{in})$$



ΔP_g 為流體因為高度變化由重力所造成的壓降

$$\Delta P_g = \int_{x=x_{in}}^{x=x_{out}} \frac{g \sin \theta}{v_L (1 + x v_{fg} / v_L)} dz \approx \frac{g \sin \theta}{\rho_L \left(1 + \rho_L \left(\frac{x_{in} + x_{out}}{2} \right) \left(\frac{1}{\rho_G} - \frac{1}{\rho_L} \right) \right)}$$



ΔP_e 為流出微流道時通道變大所造成的壓降，
Coleman (2003) et al. (2003) 建議採用 Hewitt et
al. (1994) 均質流動的估算模式如下：

$$\Delta P_e = \frac{G^2}{\rho_L} \sigma_e (1 - \sigma_e) \psi_s$$

$$\psi_s = 1 + \left(\frac{\rho_L}{\rho_G} - 1 \right) (0.25x(1-x) + x^2)$$



微小通到最佳經驗方程式 ΔP_f

Müller-Steinhagen and Heck (1986) correlation

$$\left(\frac{dP}{dz}\right)_f = \left(\left(\frac{dP}{dz}\right)_L + 2x \left(\left(\frac{dP}{dz}\right)_G - \left(\frac{dP}{dz}\right)_L \right) \right) (1+x)^{1/3} + \left(\frac{dP}{dz}\right)_G x^3$$

上式中的 $\left(\frac{dP}{dz}\right)_L$ 與 $\left(\frac{dP}{dz}\right)_G$ 分別代表將全部兩相流體視為全部為單相液

體或氣體的條件下所計算出的壓降梯度，即：

$$\left(\frac{dP}{dz}\right)_L = f_L \frac{2G^2}{D_h \rho_L} \quad (15)$$

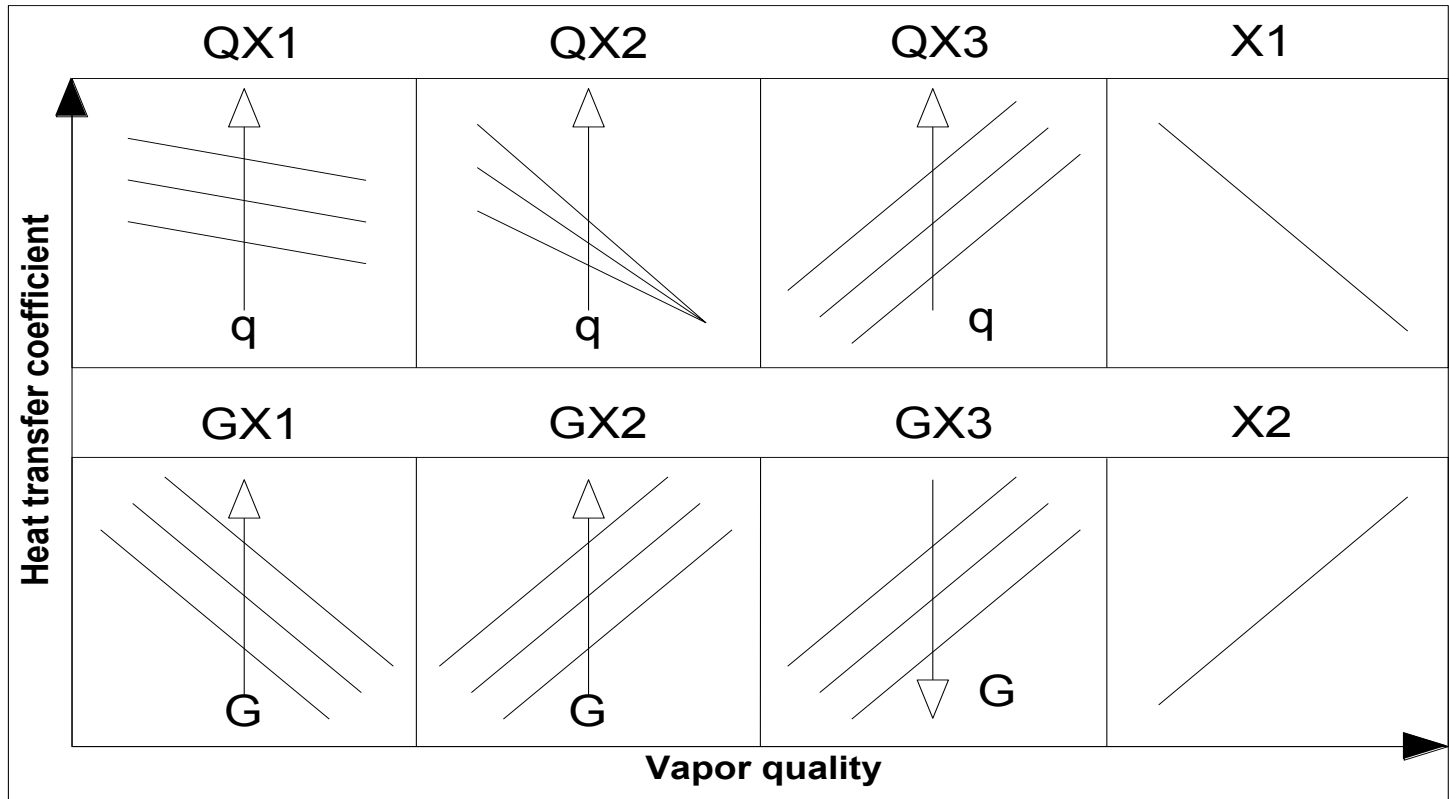
$$\left(\frac{dP}{dz}\right)_G = f_G \frac{2G^2}{D_h \rho_G} \quad (16)$$

其中摩擦係數可依流動型態為層流或紊流來計算：

$$f_{L或G} = \begin{cases} \frac{16}{\text{Re}_{L或G}} & \text{如果 } \text{Re}_{L或G} < 2300 \\ 0.0791 \text{Re}_{L或G}^{-0.25} & \text{如果 } \text{Re}_{L或G} \geq 2300 \end{cases} \quad (17)$$

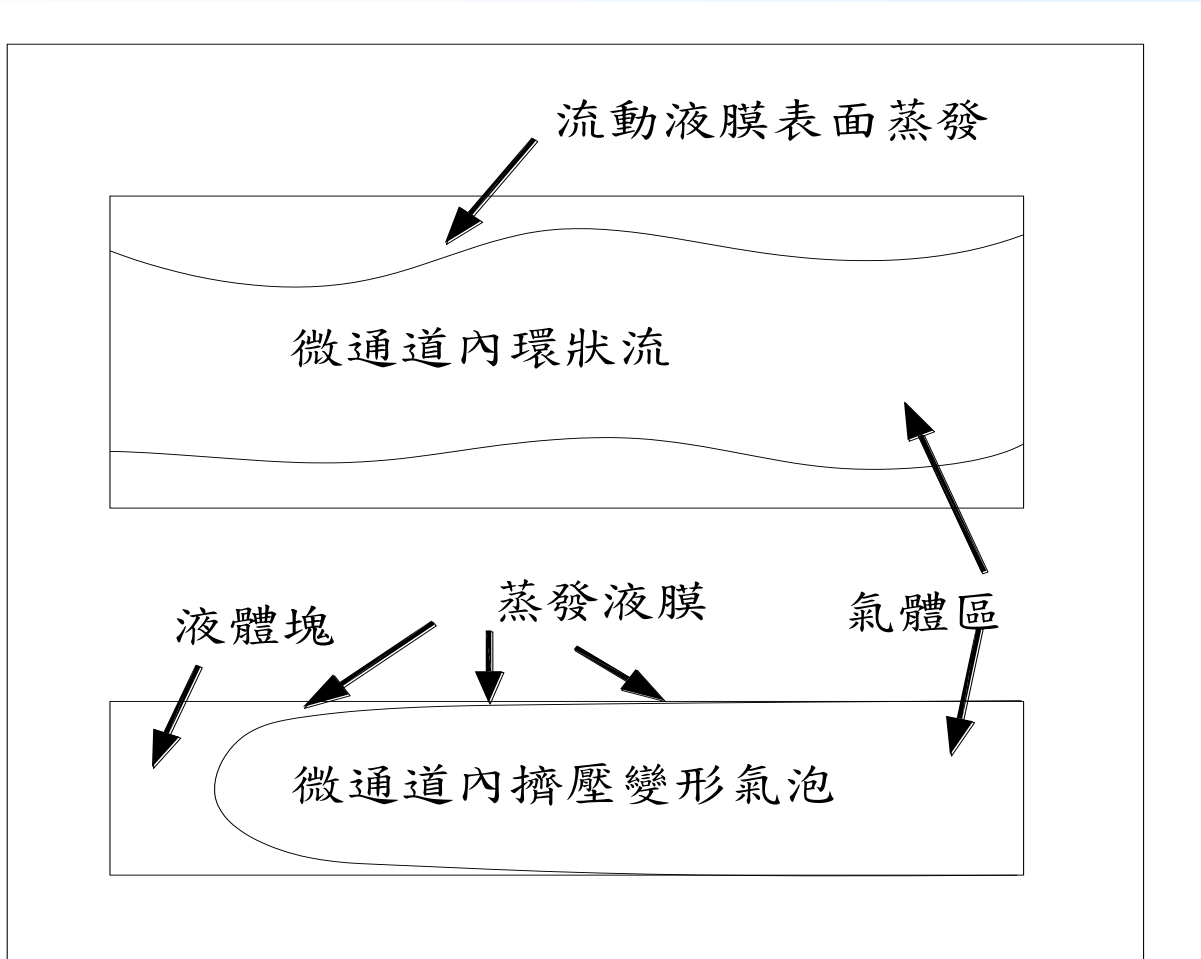


微通道內兩相沸騰熱傳係數的估算



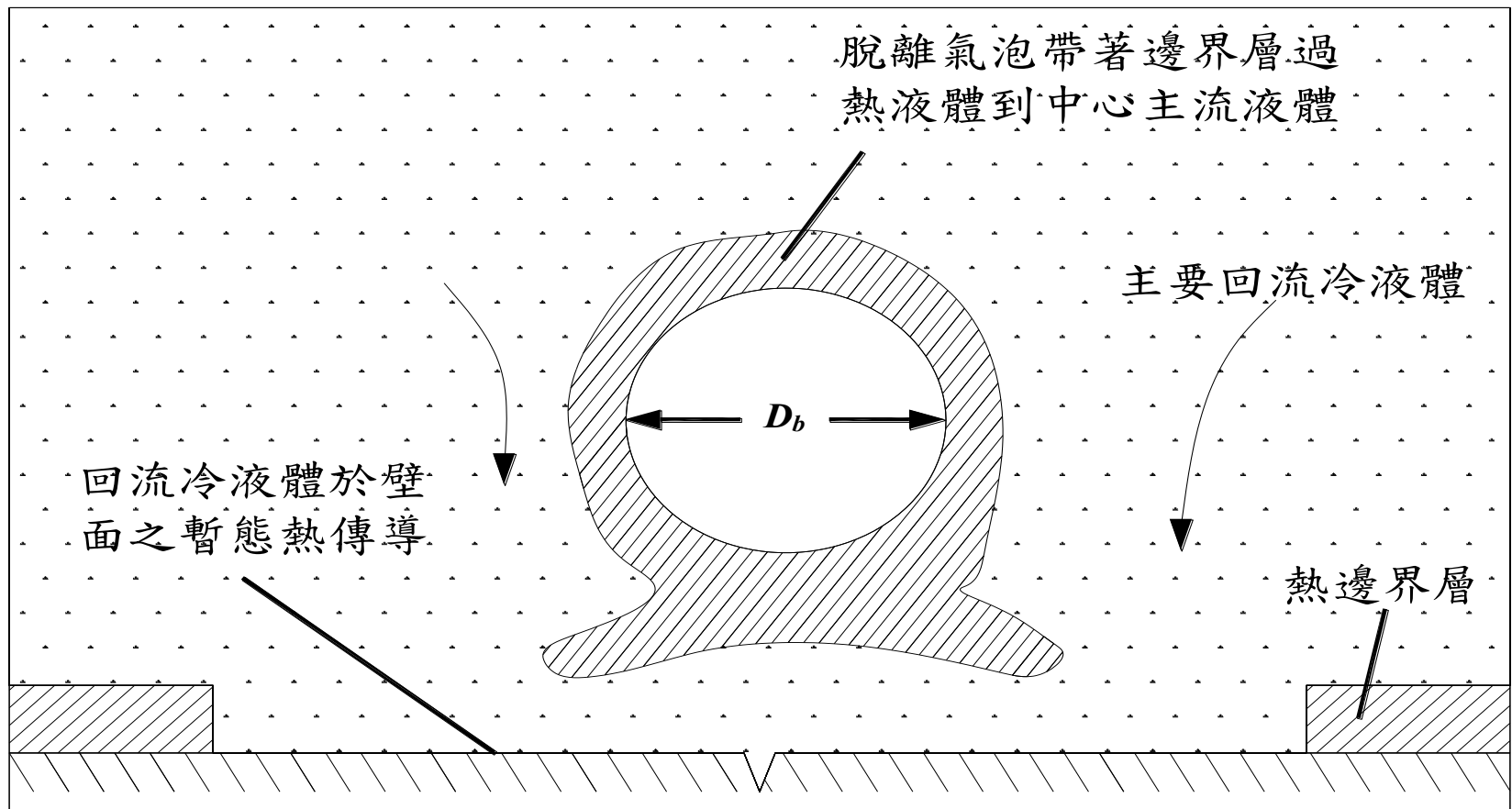


Basic Heat Transfer mechanism in Microchannel vs. evaporation in annular flow



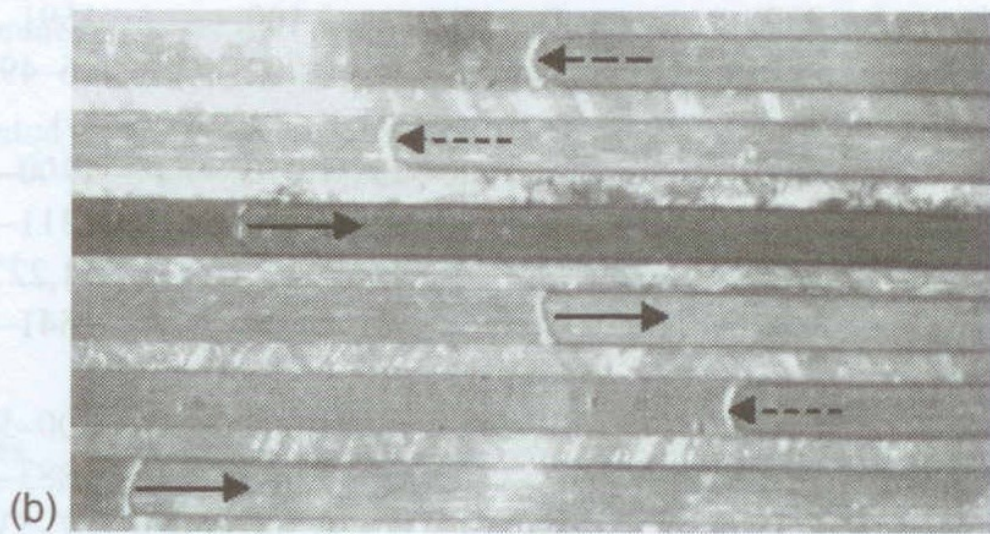
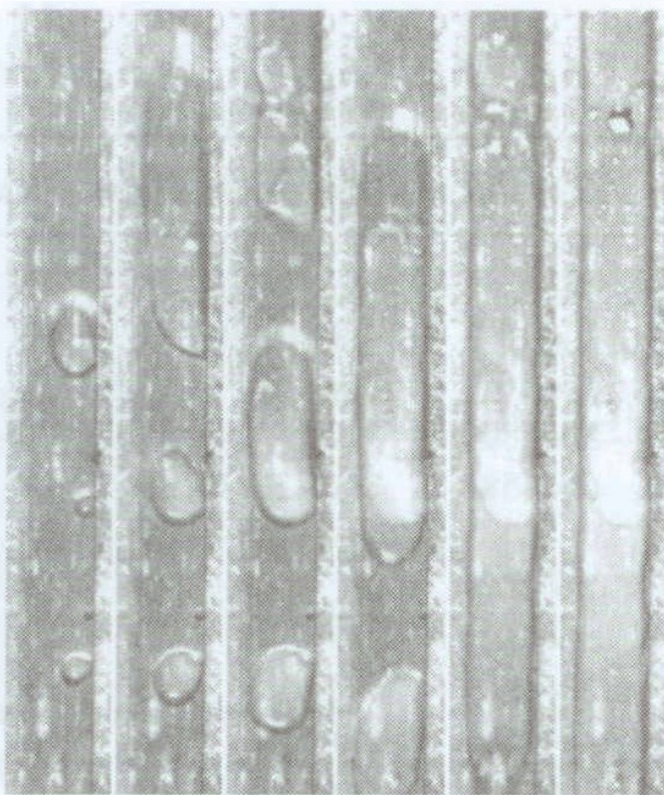


Conventional Macroscale Boiling mechanism





多通道微通道的流動震盪現象





The correlation for two-phase flow in microchannels Kandlikar and Balasubramanian (2004)

$$h_{TP} = \begin{cases} h_{TP,NBD} & \text{中兩者比較大者} \\ h_{TP,CBD} \end{cases} \quad (18)$$

而

$$\frac{h_{TP,NBD}}{h_{LO}} = 0.6683Co^{-0.2}(1-x)^{0.8} + 1058Bo^{0.7}(1-x)^{0.8}F_{FI} \quad (19)$$

$$\frac{h_{TP,CBD}}{h_{LO}} = 1.136Co^{-0.9}(1-x)^{0.8} + 667.2Bo^{0.7}(1-x)^{0.8}F_{FI} \quad (20)$$

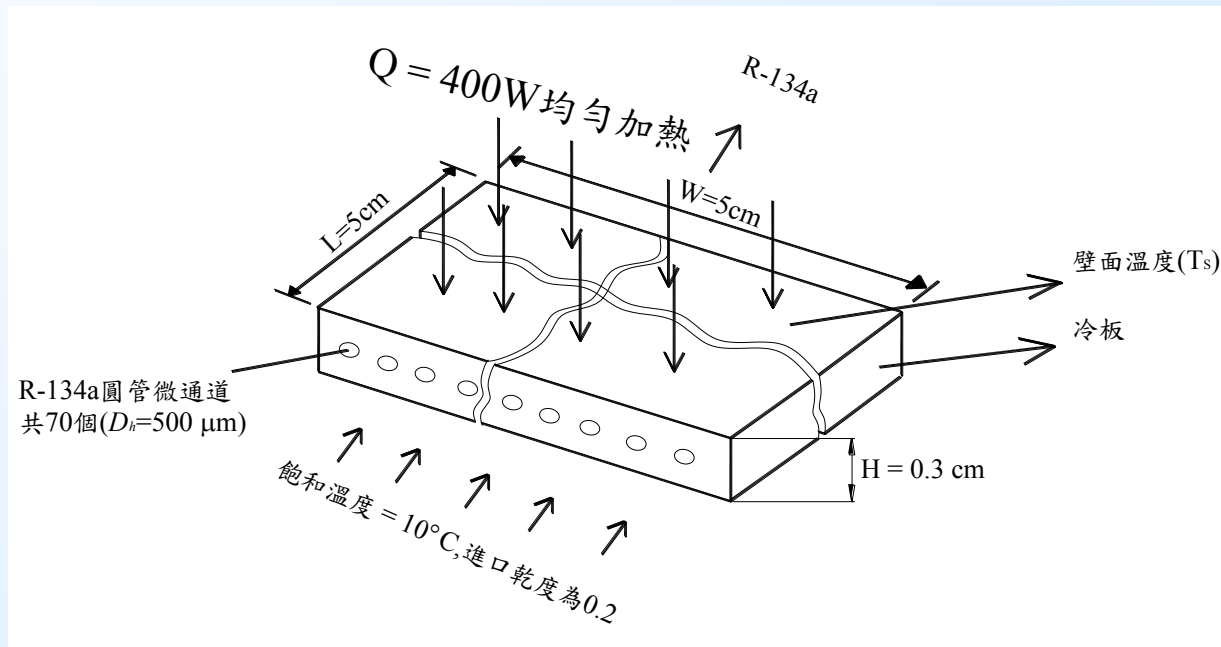
$$Bo = \frac{q}{Gi_{fg}} \quad (\text{boiling number}) \quad (21)$$

$$Co = \left(\frac{1-x}{x}\right)^{0.8} \left(\frac{\rho_G}{\rho_L}\right)^{0.5} \quad (\text{Convection number}) \quad (22)$$

$$h_{LO} = \frac{D_h}{k_L} = \begin{cases} \left[\frac{(f_L/2)(Re-1000)Pr}{1.07 + 12.7\sqrt{f_L/2}(Pr_L^{2/3}-1)} \right] & \text{當 } 100 \leq Re_{LO} \leq 1600 \\ & \text{以 } Re_{LO} = 1600 \text{ 與 } Re_{LO} = 3000 \\ & \text{的計算值再進行線性內插} \quad \text{當 } 1600 \leq Re_{LO} \leq 3000 \\ \left[\frac{(f_L/2)Re_{LO}Pr_L}{1.07 + 12.7\sqrt{f_L/2}(Pr_L^{2/3}-1)} \right] & \text{當 } 3000 \leq Re_{LO} \leq 10^4 \\ & \text{當 } 10^4 \leq Re_{LO} \leq 5 \times 10^6 \end{cases} \quad (23)$$

冷媒	F_{FI} 常數 Kandlikar 方程式計算用
水 (water)	1.0
R-11	1.3
R-12	1.5
R-13B1	1.31
R-113	1.3
R-114	1.24
R-22	2.2
R-134a	1.63
Kerosene	0.488
R-141b	1.8
R-124	1.0
R-410A	3.3
R-152a	1.1

計算例：考慮一圓形微通道冷板如下圖所示，圓管直徑為 $500\ \mu\text{m}$ ，共有70個通道，冷板貼於一均勻發熱之熱源，其發熱量為 $400\ \text{W}$ ，設計上使用R-134a冷媒，入口冷媒量流為 $0.005\ \text{kg/s}$ ，飽和溫度為 $10\ ^\circ\text{C}$ ，入口乾度為 0.2 ，此溫度下相關的物性為 $\rho_L = 1261.0\ \text{kg/m}^3$ ， $\rho_G = 20.23\ \text{kg/m}^3$ ， $i_{LG} = 190.74\ \text{kJ/kg}$ ， $\mu_L = 238.8\ \mu\text{Pa}\cdot\text{s}$ ， $\mu_G = 11.15\ \mu\text{Pa}\cdot\text{s}$ ，試估算冷媒通過冷板之總壓降？





計算總壓降可由式4，即 $\Delta P = \Delta P_c + \Delta P_f + \Delta P_g + \Delta P_a + \Delta P_e$ ，由於冷板為水平擺置，因此 $\Delta P_g = 0$ ，僅須計算其他四部分。

由於通道的尺寸為 $500 \mu\text{m}$ ，即 $D_h = 0.0005 \text{ m}$ ，另外因為發熱量為 400 W ，冷媒的入口乾度為 0.2 ，（ $Q = \dot{m} (h_{out} - h_{in})$ ），所以冷媒的出口乾度為(注意用標準SI單位)：

$$x_{out} = \frac{Q}{\dot{m} h_{fg}} + x_{in} = \frac{400}{0.005 \times 190740} + 0.2 = 0.6194$$

而每一通道的截面積：

$$A_c = \frac{\pi D_h^2}{4} = \frac{\pi \times 0.0005^2}{4} = 1.9635 \times 10^{-7} \text{ m}^2$$

因此每一通道中的質量流率：

$$\dot{m}_{\text{單一通道}} = \frac{\dot{m}}{\text{通道數}} = \frac{0.05}{70} = 7.143 \times 10^{-5} \text{ kg/s}$$

因此每一通道中的平均質量速度：

$$G = \frac{\dot{m}_{\text{單一通道}}}{A_c} = \frac{7.143 \times 10^{-5}}{1.9635 \times 10^{-7}} = 363.78 \text{ kg/m}^2 \cdot \text{s}$$



(a) 計算 ΔP_c

$$\sigma_c = \frac{\text{進入通道前之面積}}{\text{通道之截面積}} = \frac{W \times H}{\text{通道數} \times \text{通道截面積}} = \frac{0.05 \times 0.003}{70 \times 1.9635 \times 10^{-7}} = 10.913$$

$$\psi_h = \left(1 + x \left(\frac{\rho_L}{\rho_G} - 1 \right) \right) = \left(1 + 0.2 \left(\frac{1261}{20.23} - 1 \right) \right) = 13.267 \quad (\text{由於進入微通道前尚}$$

未被加熱，因此乾度為入口乾度)

$$C_o = \frac{1}{0.639 \left(1 - \frac{1}{\sigma_c} \right)^{0.5} + 1} = \frac{1}{0.639 \left(1 - \frac{1}{10.913} \right)^{0.5} + 1} = 0.6022$$

$$\begin{aligned} \Delta P_c &= \frac{G^2}{2\rho_L} \left(\left(\frac{1}{C_o} - 1 \right)^2 + 1 - \frac{1}{\sigma_c^2} \right) \psi_h \\ &= \frac{363.78^2}{2 \times 1261} \left(\left(\frac{1}{0.6022} - 1 \right)^2 + 1 - \frac{1}{10.913^2} \right) \times 13.267 = 993.99 \text{ Pa} \end{aligned}$$

(b) 計算 ΔP_a

$$\Delta P_a = G^2 \left(\frac{1}{\rho_G} - \frac{1}{\rho_L} \right) (x_{out} - x_{in}) = 363.78^2 \left(\frac{1}{20.23} - \frac{1}{1261} \right) \times 0.4194 = 2699.7 \text{ Pa}$$



(c) 計算 ΔP_e

$$\sigma_e = \frac{\text{通道之截面積}}{\text{離開通道後之面積}} = \frac{W \times H}{\text{通道數} \times \text{通道截面積}} = \frac{1}{\sigma_c} = 0.09163$$

$$\begin{aligned}\psi_s &= 1 + \left(\frac{\rho_L}{\rho_G} - 1 \right) (0.25x(1-x) + x^2) \\ &= 1 + \left(\frac{1261}{20.23} - 1 \right) (0.25 \times 0.6194 \times (1 - 0.6194) + 0.6194^2) = 28.147\end{aligned}$$

(由於離開微通道時乾度為最大，因此乾度為出口乾度)

$$\Delta P_e = \frac{G^2}{\rho_L} \sigma_e (1 - \sigma_e) \psi_s = \frac{363.78^2}{1261} \times 0.09163 \times (1 - 0.09163) \times 28.147 = 245.87 \text{ Pa}$$

(d) 計算 ΔP_f

$$\text{Re}_L = \frac{GD_h}{\mu_L} = \frac{363.78 \times 0.0005}{238.8 \times 10^{-6}} = 761.7 (< 2300)$$

$$\therefore f_L = \frac{16}{\text{Re}_L} = \frac{16}{761.7} = 0.021$$

$$\left(\frac{dP}{dz} \right)_L = f_L \frac{2G^2}{D_h \rho_L} = 0.021 \times \frac{2 \times 363.78^2}{0.0005 \times 1261} = 8818 \text{ Pa/m}$$



$$\text{Re}_G = \frac{GD_h}{\mu_G} = \frac{363.78 \times 0.0005}{11.15 \times 10^{-6}} = 16313.1 (>2300)$$

$$\therefore f_G = 0.0791 \text{Re}_G = 0.0791 \times 16313.1 = 0.006999$$

$$\left(\frac{dP}{dz}\right)_G = f_G \frac{2G^2}{D_h \rho_G} = 0.006999 \times \frac{2 \times 363.78^2}{0.0005 \times 20.23} = 183143 \text{ Pa/m}$$

由式14

$$\begin{aligned} \left(\frac{dP}{dz}\right)_f &= \left(\left(\frac{dP}{dz}\right)_L + 2x \left(\left(\frac{dP}{dz}\right)_G - \left(\frac{dP}{dz}\right)_L \right) \right) (1+x)^{1/3} + \left(\frac{dP}{dz}\right)_G x^3 \\ &= (8818 + 2 \times 0.4097 \times (183143 - 8818)) (1 + 0.4097)^{1/3} + 183143 \times 0.4097^3 \\ &= 182649 \text{ Pa/m} \end{aligned}$$

由於摩擦壓降發生在微通道內，因此乾度取在微通道內的平均值，

$$\text{即 } x = (x_{in} + x_{out})/2 = (0.2 + 0.6194)/2 = 0.4097$$

而微通道的總長度為0.05 m，故

$$\Delta P_f \approx \left(\frac{dP}{dz}\right)_f \times L = 182649 \times 0.05 = 9132.5 \text{ Pa}$$

所以總壓降為

$$\Delta P = \Delta P_c + \Delta P_f + \Delta P_a + \Delta P_e = 993.99 + 9132.5 + 2699.7 + 245.87 = 13072$$

Pa

從本計算例中可發現，摩擦壓降仍為最大，但因加熱所造成密度的變化而引起的壓降也相當的驚人，這部分迥異於單相流動，另外入口驟縮的壓降貢獻也有相當程度的影響，出口突擴的影響相對較小。



Question #2，試估算微熱交換器發熱表面的平均溫度。 $Pr_{L,R-134a} = 3.734$

Question 3，尺寸縮小的好處？



Mass Transfer/Diffusion

- 質量傳遞 (mass transfer): 以一巨觀的方法來處理，藉由一些實驗的數據讓工程師在最短的時間內取得計算結果
- 質量擴散 (mass diffusion)：以一分散參數 (distributed parameter) 的觀念來解決問題，可以較深入的瞭解問題背後的物理意義，但處理過程需要較為繁雜的數學輔助，擴散方式乃以質傳與熱傳類比的方式，經由Fick的研究而來，因此可以利用熱傳的方程式來描述質傳的行為

質通量與熱通量的處理方式相同，即：

$$\text{質通量} = D \left(\frac{\text{濃度變化}}{\text{單位長度}} \right)$$

而質量傳遞的處理方式為

$$\text{質通量} = k(\text{濃度變化})$$



- 因此比例常數 D (質量擴散係數)的單位為(長度)²/時間， D 值的意義類比於熱傳上的熱傳導係數，此一常數為流體的輸送性質(transport property)，而質量傳遞中的 k 為質傳係數，類比於熱傳學中的熱傳係數，此一係數通常不是常數，與形狀、空間安排、環境條件有關，通常必須由實驗分析歸納後，才能獲得這個數值；不過在處理上，不同的問題與應用常會選擇不同的濃度單位與質通量單位，例如濃度的單位可為密度、 c 、壓力等等不一而足，而質通量可為單位面積的莫耳數、單位面積的質量流率等，此一處理方法難免會造成質傳係數單位上的混亂，雖然如此，卻可較為容易的從實驗中取得「質傳係數」方便設計運算



基本質傳的定義介紹

(1) Number concentration (數量濃度) N ，其定義為單位體積的分子數目 = (分子數/ m^3)。由於一個系統中常有許多不同種類的分子，因此：

$$N = N_1 + N_2 + N_3 + \dots = \sum N_i \quad (14-1)$$

除了使用有單位的濃度外，也經常使用無因次的部份濃度分率如下：

$$n_1 = N_1/N \quad , \quad n_2 = N_2/N \dots \quad (14-2)$$

所以， $n_1 + n_2 + \dots = 1$ (14-3)



Mass concentration (質量濃度) ρ ，其定義為單位體積的質量(即 kg/m^3)，這個單位與我們一般習知的密度單位相同：

$$\rho = \rho_1 + \rho_2 + \rho_3 + \dots = \Sigma \rho_i \quad (14-4)$$

同樣的，若以部份分率來看，

$$m_1 = \rho_1 / \rho \quad , \quad m_2 = \rho_2 / \rho \dots \quad (14-5)$$

所以， $m_1 + m_2 + \dots = \Sigma m_i = 1$ (14-6)



Molar concentration (莫耳濃度) c ，其定義為單位體積的莫耳數 = (mol/m³)。如果分子量為 M ，則 $c = \rho/M$ ；

$$c = c_1 + c_2 + c_3 + \dots = \sum c_i \quad (14-7)$$

同樣的，若以部份分率來看，

$$x_1 = c_1/c, \quad x_2 = c_2/c \dots \quad (14-8)$$

所以， $x_1 + x_2 + \dots = 1$ (14-9)



Mass flux (質量流率通量，簡稱質通量) G ，其定義與單位與先前章節介紹的完全相同，即單位面積的質量流率：

$$G_i = \rho_i V_i$$

Molar flux (莫耳流率通量)，其定義為單位面積與單位時間的莫耳數：

$$N_i = cV_i^*$$



- 質傳係數定義主要是依據經驗的結果歸納所得，定義如下

$$(\text{質量傳遞量}) = k \times (\text{界面面積}) \times (\text{濃度差})$$

- k ：非常數，同先前介紹的對流熱傳係數一樣，與操作條件與流動狀況有關
- 濃度的選擇，可以使用不同的定義，例如 N 、 n 、 ρ 、 m 、 c 、 x 等等，因此質傳係數的單位會隨著不同的濃度單位而不同，這點與熱傳係數不同

例如最常用的質傳方程式為：

$$N = kA(c_i - c)$$

或

$$N = KA(\rho_i - \rho)$$



一大氣壓的條件下，飽和溫度為 30°C ，則水蒸氣的質量分率濃度為何？又水蒸氣的莫耳濃度分率為何？其中一大氣壓的壓力為 101.3 kPa ，又 30°C 的水蒸氣壓為 4.24 kPa

這個問題中，要計算莫耳濃度分率比較容易，由於在一大氣壓下時，空氣可視為理想氣體，所以

$$x_{H_2O} = P_w/P = 4.24/101.3 = 0.0419$$

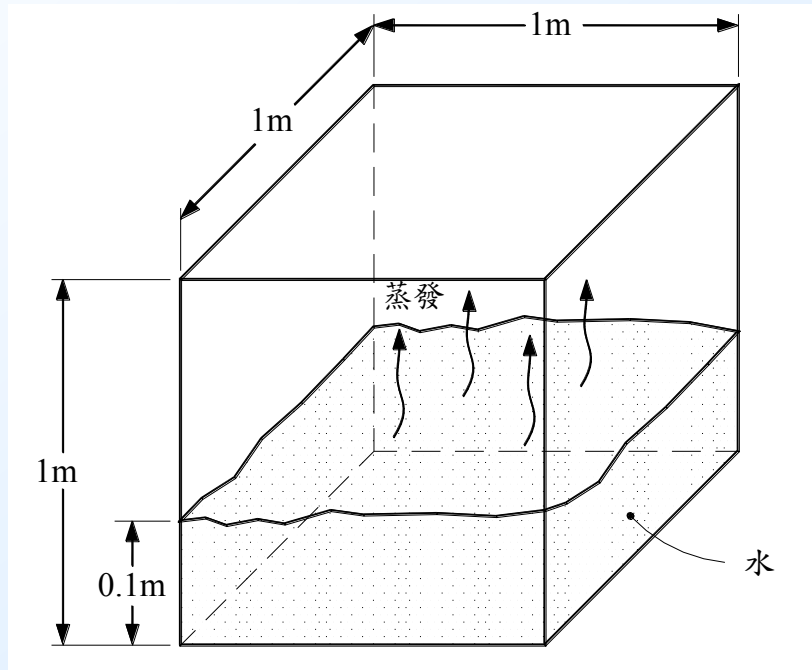
所以空氣的莫耳濃度分率 $x_{AIR} = 1 - x_{H_2O} = 1 - 0.0419 = 0.9581$

水蒸氣的分子量為18 而空氣的平均分子量為29

$$\therefore m_{H_2O} = \frac{0.0419 \times 18}{0.0419 \times 18 + 0.9581 \times 29} = 0.0264$$



如圖所示，一密閉立方體($1 \times 1 \times 1 \text{ m}^3$)內，盛水高度為10 cm，剛開始時水上方的壓力為1大氣壓，相對濕度為10%，溫度為 25°C ，經過10分鐘後，相對溼度上升到50%，試問(1)氣液界面上的質傳係數為何？此時容器內的壓力如何？(2)要多久時間才會達到相對溼度90%？





$$\ln(P_{ws}) = \frac{C_8}{T} + C_9 + C_{10}T + C_{11}T^2 + C_{12}T^3 + C_{13} \ln(T) \quad (14-17)$$

其中

$$C_8 = -5800.2206$$

$$C_9 = 1.3914993$$

$$C_{10} = -0.048640239$$

$$C_{11} = 4.17646768 \times 10^{-5}$$

$$C_{12} = -1.4452093 \times 10^{-8}$$

$$C_{13} = 6.5459653$$

其中的水蒸氣飽和分壓的單位為Pa，溫度單位為凱式溫度(K， $K = ^\circ C + 273.15$)，以本例而言， $T = 25 + 273.15 = 298.15$ K，故

$$\ln(P_{ws}) = \frac{C_8}{T} + C_9 + C_{10}T + C_{11}T^2 + C_{12}T^3 + C_{13} \ln(T)$$

$$\rightarrow P_{ws} = e^{\frac{C_8}{T} + C_9 + C_{10}T + C_{11}T^2 + C_{12}T^3 + C_{13} \ln(T)} = 3169.15 \text{ Pa}$$

由於相對溼度為10%，所以 $0.1 = P_w/P_{ws}$ ，可知水蒸氣在RH = 10%的分壓為 $3169.15 \times 0.1 = 316.9$ Pa，因此乾空氣的分壓為 $P_a = P - P_w = 101.325 - 0.317 = 100.008$ kPa，此時水蒸氣的莫耳數可由理想氣體方程式計算所得，即：

$$P_w V = n_w R T$$

$$\text{其中 } V \text{ 為水蒸氣的佔有體積} = 1 \times 1 \times (1 - 0.1) = 0.9 \text{ m}^3$$

$$\rightarrow n_w = 316.9 \times 0.9 / 8314.41 / 298.15 = 0.000115 \text{ kmol} = 0.115 \text{ mole}$$

$$\rightarrow m_w = 0.115 \times 0.018 = 0.002071 \text{ kg} = 2.071 \text{ g}$$



當RH = 50% 的分壓為 $3169.15 \times 0.5 = 1584.58 \text{ Pa}$ 時(請注意，我們仍是以式14-17來計算飽和分壓)，此時容器上的總壓為 $P = P_a + P_{ws} = 101.008 + 1.585 = 102.59 \text{ kPa}$ ，同時水蒸氣的莫耳數可由理想氣體方程式計算所得，即

$$P_w V = n_w R T$$

$$\rightarrow n_w = 1584.5 \times 0.9 / 8314.41 / 298.15 = 0.000575 \text{ kmol} = 0.575 \text{ mole}$$

$$\rightarrow m_w = 0.575 \times 0.018 = 0.010355 \text{ kg} = 10.234 \text{ g}$$

由質量通率定義，10 分鐘內($t = 600 \text{ s}$)單位面積 ($A = 1 \times 1 = 1 \text{ m}^2$)的質量的變化率 $G = (0.010355 - 0.00271) / 600 / 1 = 1.381 \times 10^{-5} \text{ kg/m}^2 \cdot \text{s}$

再由式14-14， $G = G (m_i - m)$ ，當空氣溫度為 25°C ，則

$$m = \frac{\rho_l}{\rho} = \frac{\frac{P_w M_w}{RT}}{\frac{PM}{RT}} = \frac{P_w}{0.62198P}$$

，當RH = 10%時，界面上的 m_i 的計算如下：

$$m_{i,\phi=10\%} = \frac{P_{ws}}{0.62198P} = \frac{3.1692}{0.62198 \times 101.325} = 0.05028$$

$$m_{\phi=10\%} = \frac{P_w}{0.62198P} = \frac{0.3169}{0.62198 \times 101.325} = 0.005028$$

$$\Delta m_{\phi=10\%} = m_{i,\phi=10\%} - m_{\phi=10\%} = 0.05028 - 0.005028 = 0.04525$$

在RH = 50%，界面上的水蒸氣飽和蒸氣壓幾乎與RH = 10%沒有兩樣，故：

$$m_{i,\phi=50\%} \approx m_{i,\phi=10\%} = 0.05028$$

$$m_{\phi=50\%} = \frac{P_w}{0.62198P} = \frac{1.5845}{0.62198 \times 102.59} = 0.02483$$



$$\Delta m_{\phi=50\%} = m_{i,\phi=50\%} - m_{\phi=50\%} = 0.05028 - 0.02483 = 0.02545$$

從這裡可以知道，RH = 50%與RH = 10%的驅動勢是不一樣的，因此如果要算出一個平均的質傳係數，必須取得一個較為合理的平均驅動勢，因此可以使用先前介紹的對數平均值的觀念來算平均的質傳驅動勢，即

$$\Delta m_{LM} = \frac{\Delta m_{\phi=10\%} - \Delta m_{\phi=50\%}}{\ln\left(\frac{\Delta m_{\phi=10\%}}{\Delta m_{\phi=50\%}}\right)} = \frac{0.04526 - 0.02545}{\ln\left(\frac{0.04526}{0.02545}\right)} = 0.03441$$

再由式 $G = G\Delta m_{LM}$ 可得 $G = 1.381 \times 10^{-5} / 0.03441 = 0.004012 \text{ kg/m}^2 \cdot \text{s}$ ，請注意這個質傳係數的值基本上是跟著驅動勢走的，因此不同的驅動勢顯然不可使用這個質傳係數。

接下來，要來估算要花多久時間才能到達 RH = 90%？由於這個問題與時間的變化有關，考慮質量平衡如下：

$$\left(\begin{array}{l} \text{單位時間中空氣} \\ \text{的水蒸氣增加量} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{l} \text{水在氣液界面} \\ \text{上的蒸發量} \end{array} \right)$$

$$\frac{d}{dt}(V\rho_1) = GA(m_i - m_1)$$

又 $m_1 = \frac{\rho_1}{\rho}$ ，所以上式可以改寫成：

$$\frac{d}{dt}(V\rho m_1) = GA(m_i - m_1)$$

由於蒸發過程中，濕空氣中絕大部份為乾空氣，故 ρV 可視為定值，界面上的 m_i 也可視為定值，故上式可改寫如下：

$$\frac{d}{dt}(m_1) = \frac{GA}{\rho V}(m_i - m_1)$$

上式為一簡單的一階常微分方程式，配合起始條件 $t = 0$ ， $m_1 = m_{1,\phi=10\%}$ ，積分後可得解如下：



$$m_1 = m_i \left(1 - e^{-\frac{GA}{\rho V} t} \right) + m_{1,\phi=10\%}$$

所以，將時間改為應變數可得

$$t = -\frac{\rho V}{GA} \ln \left(1 - \frac{m_1}{m_i} - m_{1,\phi=10\%} \right)$$

由第一部份的計算可知

$$m_i \approx m_{i,\phi=10\%} \approx m_{i,\phi=90\%} = 0.05028$$

$$m_{i,\phi=10\%} = 0.05028$$

同樣的，當 RH = 90%

$$P_w = 0.9 \times P_{ws} = 2852.2 \text{ Pa}$$

$$P = P_a + P_w = 101.008 + 2.852 = 103.86 \text{ kPa}$$

$$m_{i,\phi=90\%} = \frac{P_w}{0.62198P} = \frac{2.852}{0.62198 \times 103.86} = 0.04415$$

$$\begin{aligned} t &= -\frac{\rho V}{GA} \ln \left(1 - \frac{m_1}{m_i} - m_{1,\phi=10\%} \right) \\ &= -\frac{1.15 \times 0.9}{0.004023 \times 1} \ln \left(1 - \frac{0.04415}{0.05028} - 0.005028 \right) = 5535.8 \text{ s} = 92.3 \text{ min} \end{aligned}$$

扣掉達到50%的十分鐘，則還需約82.3 分鐘才能達到90%的相對溼度



氣液界面上濃度的決定

- 若無溶解度的問題(如水與水蒸氣)，界面上的濃度幾乎等於該處溫度的濕空氣的飽和平衡濃度
- 若有溶解度的考量，針對少量氣體溶於液體的現象，界面上的濃度可適用亨利定律 (Henry's law)，即：

$$x_{j,s} = H_j x_{j,u}$$



常見與質傳有關的無因次參數

無因次參數	物理意義	經常出現的場合
Sherwood number $Sh = kL/D$	<u>質量傳遞速度</u> 擴散速度	最常見的應變數
Stanton number $St = k/u$	<u>質量傳遞速度</u> 流體速度	偶而使用的應變數
Schmidt number $Sc = \nu/D$	<u>流體流動的擴散係數</u> 質傳的擴散係數	氣體、液體質傳係數方程式最常見的自變數
Lewis number $Le = \alpha/D$	<u>熱擴散係數</u> 質傳的擴散係數	熱質傳同時出現的氣傳係數方程式最常見的自變數
Prandtl number $Pr = \nu/\alpha$	<u>流體流動的擴散係數</u> 熱擴散係數	熱傳係數方程式最常見的自變數
Reynolds number $Re = \rho uL/\mu$	<u>流體流動的慣性力</u> 摩擦力	強制對流效應出現時最常見的自變數之一
Grashöf number $Gr = \frac{L^3 g \Delta \rho}{\rho \nu^2}$	<u>浮力</u> 摩擦力	自然對流效應出現時最常見的自變數之一
Péclet number $Pe = uL/D$	<u>流體速度</u> 擴散速度	偶而使用的應變數
Second Damköhler number or (Thiele module) $Da = \frac{\kappa L^2}{D}$	<u>反應速度</u> 擴散速度	當方程式與化學反應有關時



應用條件	設計方程式	主要變數
液體流過密集式塔槽	$k = \left(\frac{1}{vg}\right)^{1/3} = 0.0051 \left(\frac{v^0}{av}\right)^{0.67} \left(\frac{D}{v}\right)^{0.50} (ad)^{0.4}$ <p>適用液體的最好的經驗方程式之一；預測結果有較其他預測值略低的趨勢</p> $\frac{kd}{D} = 25 \left(\frac{dv^0}{v}\right)^{0.45} \left(\frac{v}{D}\right)^{0.5}$ <p>典型且大量使用的方程式，預測性略遜上式</p> $\frac{k}{v^0} = \alpha \left(\frac{dv^0}{v}\right)^{-0.3} \left(\frac{D}{v}\right)^{0.5}$ <p>較為早期的經驗式，主要式根據傳遞高度 height of transfer units (HTU's，建後續直接接觸熱傳遞一章說明)；α 一值約在 1 上下</p>	<p>a = 單位體積下之接觸面積 d = 名義上之充填尺寸</p>
氣體流過密集式塔槽	$\frac{k}{aD} = 3.6 \left(\frac{v^0}{av}\right)^{0.70} \left(\frac{v}{D}\right)^{1/3} (ad)^{-2.0}$ <p>適用氣體的最好的經驗方程式之一</p> $\frac{kd}{D} = 1.2(1-\varepsilon)^{0.36} \left(\frac{dv^0}{v}\right)^{0.64} \left(\frac{v}{D}\right)^{1/3}$ <p>典型且大量使用的方程式，預測性略遜上式</p>	<p>a = 單位體積下之接觸面積 d = 名義上之充填尺寸</p> <p>ε = bed void fraction</p>
純氣體氣泡於攪拌容器中	$\frac{kd}{D} = 0.13 \left(\frac{(P/V)d^4}{\rho v^3}\right)^{1/4} \left(\frac{v}{D}\right)^{1/3}$ <p>說明：k 與氣泡大小無關</p>	<p>d = 氣泡直徑 P/V = 單位體積之攪拌器功率</p>
純氣體氣泡於靜止的液體中	$\frac{kd}{D} = 0.31 \left(\frac{d^3 g \Delta \rho / \rho}{v^2}\right)^{1/3} \left(\frac{v}{D}\right)^{1/3}$	<p>d = 氣泡直徑 $\Delta \rho$ = 氣液體間的密度差</p>
無攪拌溶液中，上升之大液滴	$\frac{kd}{D} = 0.42 \left(\frac{d^3 \Delta \rho g}{\rho v^2}\right)^{1/3} \left(\frac{v}{D}\right)^{0.5}$ <p>液滴直徑大於 0.3 cm</p>	<p>d = 液滴直徑 $\Delta \rho$ = 氣液體間的密度差</p>



質量擴散係數的計算

擴散係數 D 會因物質的型態(固體、液體、氣體)而有所不同，其數值通常的範圍大約如下：

- 氣體： $D \sim 0.1 \text{ cm}^2/\text{s}$
- 液體： $D \sim 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$
- 固體： $D \sim 10^{-10} \text{ cm}^2/\text{s}$ (若為高分子材料 polymer 與玻璃則 $D \sim 10^{-8} \text{ cm}^2/\text{s}$)



Chapman-Enskog方程式，此一方程式適用於兩種氣體混合物且其中的一種氣體的濃度較為稀薄(例如一大氣壓下空氣中的水蒸氣)，此一經驗式的預測準確度在8%以內，方程式如下：

$$D = \frac{0.00186T^{1.5}}{P\sigma_{12}^2\Omega} \sqrt{\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2}} \quad (14-21)$$

由於這些方程式都不是無因次的方程式，使用時要特別注意單位，上式中所使用的單位如下：

D : cm^2/s

P : 大氣壓力 (atm)

T : K

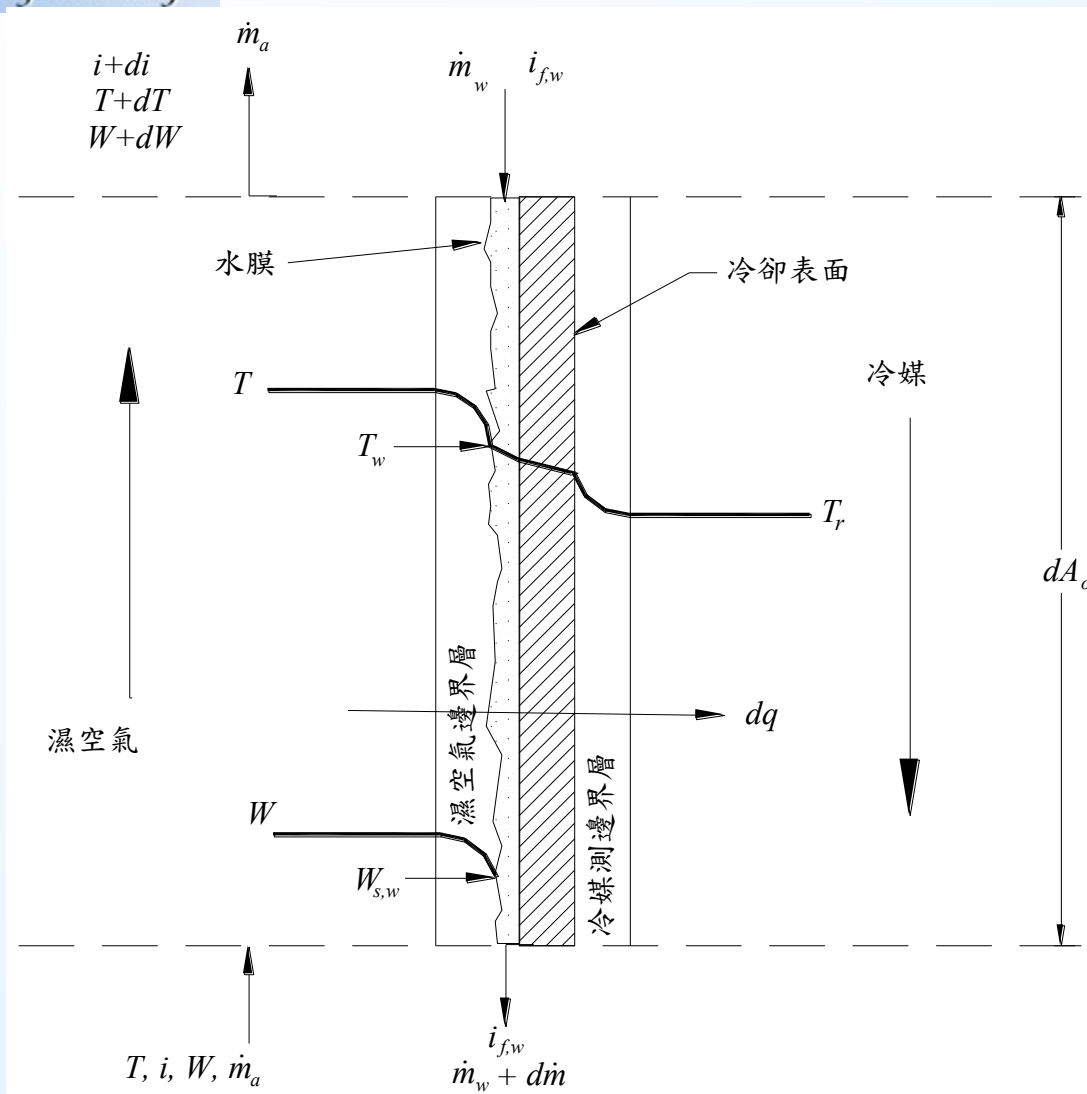
M_1 、 M_2 : 克分子量(例如水為18)

σ_{12} : 分子直徑的特徵長度 = $(\sigma_1 + \sigma_2)/2$ ，單位為Å (10^{-10} m)

Ω : 代表溫度影響的無因次參數，或稱碰撞積分常數(collision integral)



濕空氣之熱質傳驅動勢



濕空氣熱傳的過程



首先我們考慮如圖6-4所示的濕空氣熱質傳過程，在這個物理模式中，我們假設濕空氣冷凝水會均勻產生一液膜覆蓋在熱交換器的表面上，圖中的 W 為比濕， i 為濕空氣的焓值， \dot{m}_a 為乾空氣的質量流率；若我們考慮一甚小的熱傳面積 dA_o 上的能量平衡，可得：

$$-\dot{m}_a (i_{g,t} - i_{f,w}) = h_{D,o} dA_o (W - W_{s,w}) (i_{g,t} - i_{f,w}) \quad (6-23)$$

其中， $i_{f,w}$ 為冷凝水的焓值。

由熱傳平衡的方程式可知：總熱傳量(total heat transfer) = 顯熱熱傳量(sensible heat transfer) + 潛熱熱傳量(latent heat transfer)，顯熱熱傳來自於乾球溫度差，即 $dQ_s = h_{c,o} dA_o (T - T_w)$ ；而潛熱的驅動力來自於氣液態間的質量傳遞，質量傳遞是由濃度差所造成，在濕空氣中常用的濃度為比濕，因此 $dQ_l = h_{D,o} dA_o (W - W_{s,w}) (i_{g,t} - i_{f,w})$ ，所以：

$$dQ = h_{c,o} dA_o (T - T_w) + h_{D,o} dA_o (W - W_{s,w}) (i_{g,t} - i_{f,w}) \quad (6-24)$$



其中 $h_{c,o}$ 代表濕空氣的顯熱熱傳係數，而 $h_{D,o}$ 為質傳係數，故

$$-i_{f,w} = h_{D,o} dA_o (W - W_{s,w}) \quad (6-25)$$

如果我們定義一個新的參數， Le (Lewis number)¹，即

$$Le = \frac{h_{c,o}}{h_{D,o} c_{p,a}} \quad (6-26)$$

所以，式6-24可以改寫如下：

$$dQ = \frac{h_{c,o} dA_o}{c_{p,a}} \left(c_{p,a} (T - T_w) + \frac{(W - W_{s,w})(i_{g,t} - i_{f,w})}{Le} \right) \quad (6-27)$$

又在標準狀況下，濕空氣的焓值可以表示如下：

$$i = c_{p,a} T + W(2501 + 1.805T) \quad (\text{單位為 kJ/kg}) \quad (6-28)$$



在水膜溫度的飽和濕空氣焓值可表示如下：

$$i_w = c_{p,a}T_w + W_{s,w}(2501 + 1.805T_w) \quad (6-29)$$

將式6-28減去式6-29可得

$$i - i_w = c_{p,a}(T - T_w) + 2501(W - W_{s,w}) \quad (6-30)$$

將式6-24中的溫差部份($T - T_w$)換成式6-30的焓差，可得：

$$\begin{aligned} dQ &= \frac{h_{c,o}dA_o}{c_{p,a}} \left((i - i_w) - 2501(W - W_{s,w}) + \frac{(W - W_{s,w})(i_{g,t} - i_{f,w})}{Le} \right) \\ &= \frac{h_{c,o}dA_o}{c_{p,a}} \left((i - i_w) + \frac{(W - W_{s,w})(i_{g,t} - i_{f,w} - 2501 \times Le)}{Le} \right) \end{aligned} \quad (6-31)$$

又由能量與質量的平衡方程式(式 6-23與式6-25)可得：

$$dQ = -i_w \dot{m}_w \quad (6-32)$$

$$-i_w \dot{m}_w = h_{c,o}dA_o(W - W_{s,w}) \quad (6-33)$$



因此將式6-33代入式6-32，與式6-31合併後消去 dQ ，可寫成：

$$\begin{aligned}
 dQ &= h_{D,o} dA_o (W - W_{s,w}) \left(\frac{di}{dW} - i_{f,w} \right) \\
 &= \frac{h_{c,o} dA_o}{c_{p,a}} \left((i - i_w) + \frac{(W - W_{s,w})(i_{g,t} - i_{f,w} - 2501 \times Le)}{Le} \right)
 \end{aligned} \tag{6-34}$$

將式6-34稍做處理後，我們可以得到：

$$\frac{di}{dW} = Le \frac{i - i_w}{W - W_{s,w}} + (i_{g,t} - 2501 \times Le) \tag{6-35}$$

式6-35稱之為空氣線圖上除濕過程的空氣調和線 (process line or conditioning line)。接下來，我們進一步來討論式6-34，即：

$$dQ = \frac{h_{c,o} dA_o}{c_{p,a}} \left((i - i_w) + \frac{(W - W_{s,w})(i_{g,t} - i_{f,w} - 2501 \times Le)}{Le} \right) \tag{6-34}$$



假設一個典型的空調條件如下：

(a) 水膜溫度 $T_w = 10^\circ\text{C}$

(b) 空氣的乾球溫度 $T = 20^\circ\text{C}$

(c) 相對溼度 $\phi = 50\%$

在這個條件下，我們可以從空氣線圖中查出(圖6-2)

$$W \approx 0.0074 \text{ kg/kg dry air}$$

$$W_{s,w} \approx 0.0078 \text{ kg/kg dry air}$$

$$i \approx 39.4 \text{ kJ/kg dry air}$$

$$i_w \approx 29.4 \text{ kJ/kg dry air}$$

$$i_{g,t} \approx 2454 \text{ kJ/kg}$$

$$i_{f,w} \approx 42 \text{ kJ/kg}$$

$$i - i_w \approx 10 \text{ kJ/kg dry air}$$

在一般應用中， Le (Lewis number) 大約在0.9 左右；在此，我們假設這個值很靠近1，即 $Le \approx 1.0$ 。



因此式6-34等號右邊的第二項可大致估算如下：

$$\frac{(W - W_{s,w})(i_{g,t} - i_{f,w} - 2501 \times Le)}{Le} \\ \approx (0.0074 - 0.0078)(2454 - 42 - 2501 \times 1) \approx 0.04 \text{ kJ/kg}$$

而式6-34等號右邊的第一項為 $i - i_w = 10$ ，顯然第一項要比第二項大很多，即：

$$\frac{(W - W_{s,w})(i_{g,t} - i_{f,w} - 2501 \times Le)}{Le} = \frac{0.04}{10} \approx 0$$

因此我們可以將式6-34等號右邊的第二項忽略，故式6-34可簡化成如下：

$$dQ = \frac{h_{c,o} dA_o}{c_{p,a}} (i - i_w) \quad (6-36)$$

式6-36的結果告訴讀者幾個重要訊息：(1)焓差是濕盤管的驅動力；(2)焓差驅動勢為熱傳與質傳整合而產生的濕盤管驅動力；(3)請特別留意， $h_{c,o}$ 為顯熱熱傳係數，但是這個熱傳係數是「濕潤表面下」的顯熱熱傳係數



熱交換過程不牽涉到質傳，則熱傳量可寫成如下：

$$Q = U \cdot A \cdot \Delta T_m = U \cdot A \cdot F \cdot LMTD \quad (6-37)$$

而在6-2節中告訴讀者濕盤管總熱傳的驅動勢為焓差，本章節即採用焓差分析法(Threlkeld, 1970)，因此熱傳量可寫出類似式6-37的式子如下：

$$Q = U_{o,w} \cdot A \cdot \Delta i_m = U_{o,w} \cdot A \cdot F \cdot LMHD \quad (6-38)$$

又：

$$Q = i_a (u_{a,i} - u_{a,o}) \quad (6-39)$$

其中

A ：空氣側熱傳面積

F ：修正因子 (correction factor)，修正係數的算法與乾盤管的算法完全相同，唯一的差異在於乾盤管使用四個端點溫度來算 P 與 R ，而濕盤管使用四個端點的空氣焓值來計算

$U_{o,w}$ ：濕盤管之總熱傳係數

Q ：濕盤管的熱傳量

\dot{m}_a ：乾空氣的質量流率

$LMHD$ ：對數平均焓差(log mean enthalpy difference)，表示如下：



LMHD：對數平均焓差(log mean enthalpy difference)，表示如下：

$$LMHD = \frac{(i_{a,i} - i_{r,o}) - (i_{a,o} - i_{r,i})}{\ln \left(\frac{i_{a,i} - i_{r,o}}{i_{a,o} - i_{r,i}} \right)} \quad (6-40)$$

其中：

$i_{a,i}$, $i_{a,o}$ ：為空氣的進口和出口焓值

$i_{r,i}$ ：相對於冷媒進口溫度下的飽和空氣焓值 (saturated air enthalpy evaluated at the inlet refrigerant temperature)

$i_{r,o}$ ：相對於冷媒出口溫度下的飽和空氣焓值 (saturated air enthalpy evaluated at the outlet refrigerant temperature)

這裡要提醒讀者，濕盤管的總熱傳係數 U_{ow} 與乾盤管的 U 是完全不同的(請注意它們的單位完全不同！)

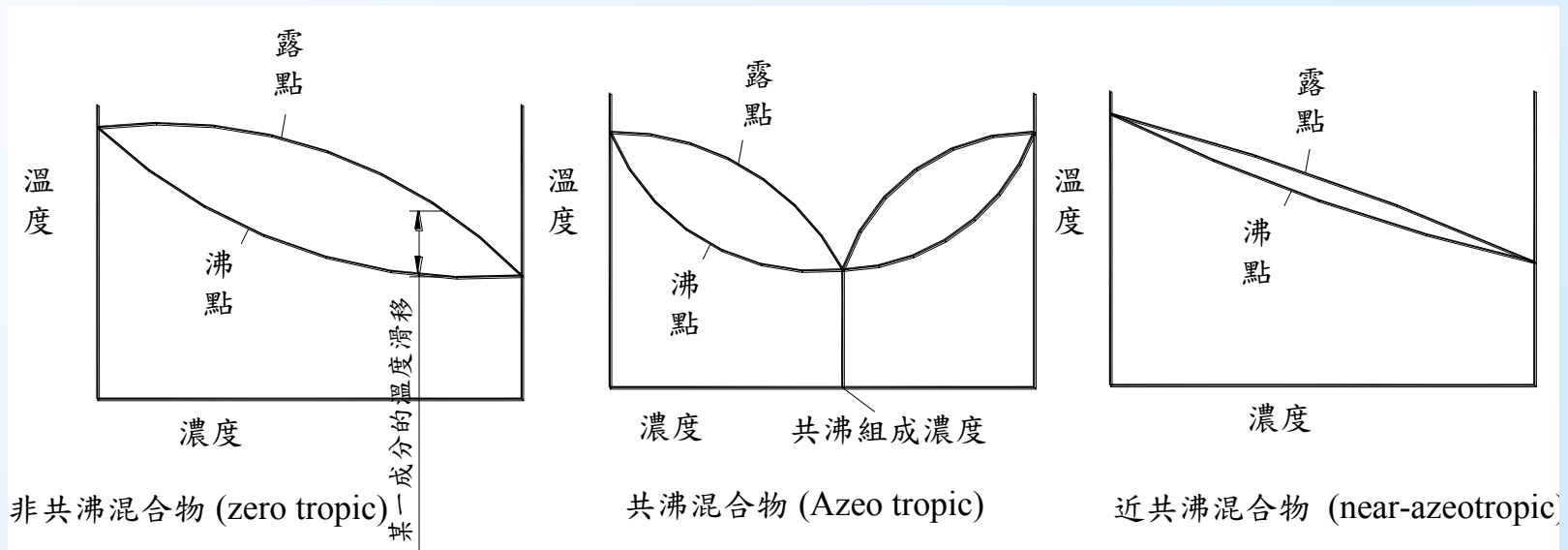
U_{ow} 應該如何算？



質傳對熱傳的影響

起泡點與露點

- 多成分流體的沸點與凝結溫度會隨著蒸發或冷凝的過程而改變，而且開始冷凝的溫度(稱之為露點，dew point)與開始沸騰的沸點溫度(稱之為起泡點，bubble point)不相同，這是因為蒸發或冷凝過程中，比較容易蒸發或冷凝的成分走的比較快，造成蒸發或冷凝過程中成分一直在改變，因此物性也跟著在變動

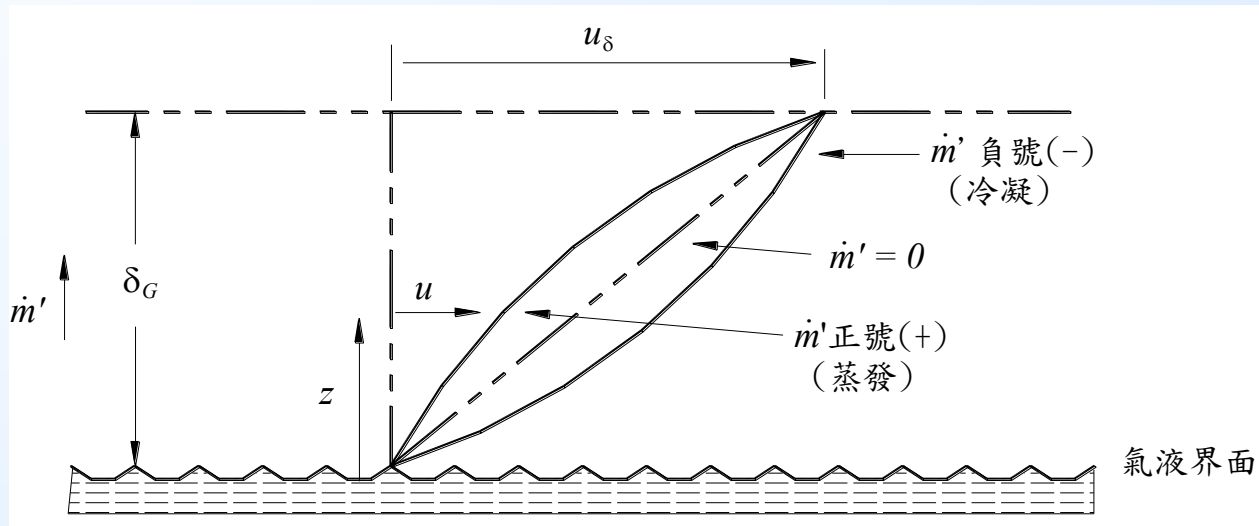
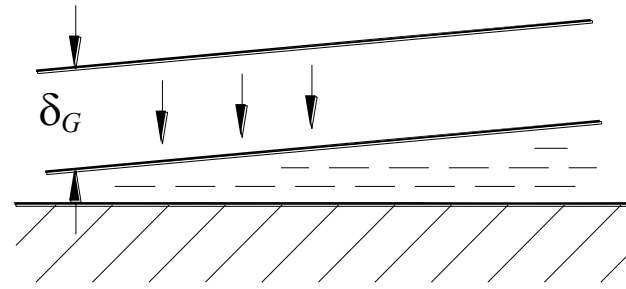
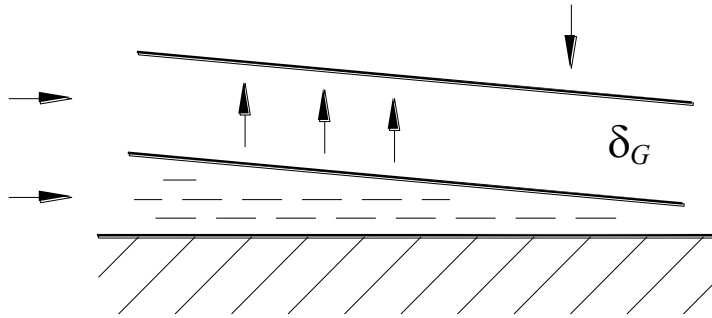




質傳對流場的影響

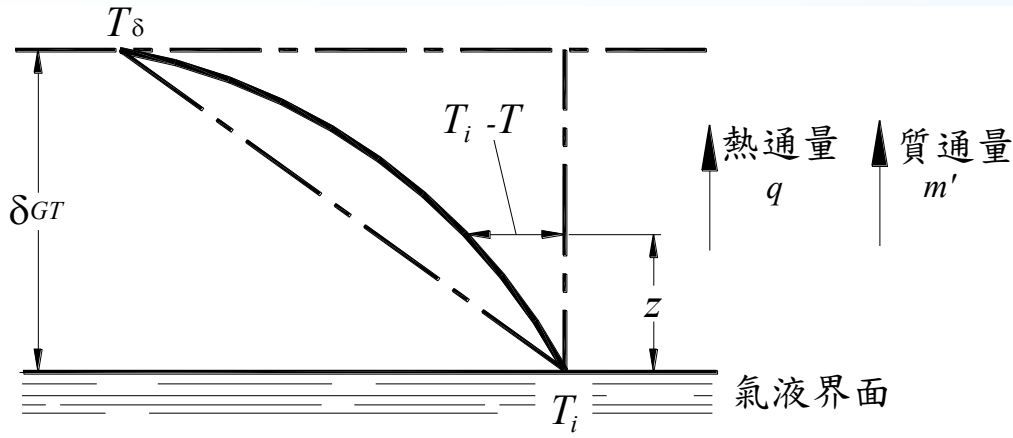
質量往bulk stream方向(蒸發)

質量由bulk stream往熱交換界面(冷凝)



冷凝與蒸發時等效速度流動邊界層

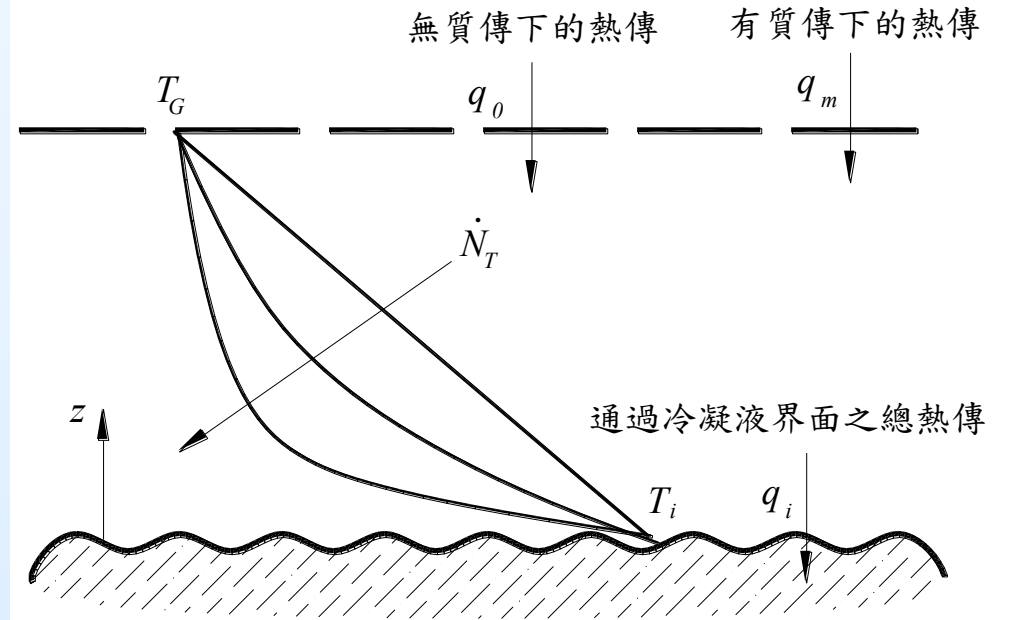
質傳對熱傳的影響



$$q_m = \frac{\phi}{e^{\phi} - 1} q_0$$

$$\phi = \frac{\dot{m}' c_p}{h_0}$$

Ackermann校正值(Ackermann correction factor), 代表質傳效應對熱傳的影響當冷凝量增多時, 則氣體部份的冷卻量也就相對的變小



冷凝與蒸發時等效溫度場簡化後的邊界層示意圖

一飽和的水與空氣的混合物在一大氣壓下 60°C 流進一內徑5 cm，長度10公尺的冷凝管，進口的總流量為 0.1 kg/s ，假設出口的水與空氣的混合物仍為飽和狀態，溫度為 30°C ，試估算通通過此一傳熱管後，顯熱熱傳係數下降的幅度

根據空氣線圖可查得相關的濕空氣資料如下：

$$\rho_G = 0.851\text{ kg/m}^3$$

$$i = 460.86\text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$$

$$W_{s,in} = 0.1524\text{ kg/kg}\cdot\text{dry-air}$$

$$\text{因此， } W_{s,in} = \frac{\dot{m}_{\text{water}}}{\dot{m}_a} = \frac{\dot{m} - \dot{m}_a}{\dot{m}_a} = \frac{0.1 - \dot{m}_a}{\dot{m}_a} = 0.1524$$

即乾空氣的流量為 0.0868 kg/s

$$W_{s,out} = 0.0272\text{ kg/kg}\cdot\text{dry-air}$$

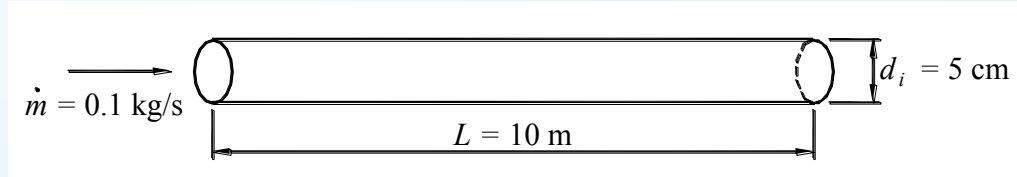
冷凝水量

$$\dot{m}_c = \dot{m}_a (W_{s,in} - W_{s,out}) = 0.0868 \times (0.1524 - 0.0272) = 0.01087\text{ kg/s}$$

$$\text{管內的截面積 } A_{c,i} = \frac{\pi}{4} d_i^2 = \frac{\pi}{4} (0.05)^2 = 0.001963\text{ m}^2$$

$$\text{管內的總面積 } A_i = \pi \times d_i \times L = 3.14159 \times 0.05 \times 10 = 1.571\text{ m}^2$$

$$\text{因此平均的冷凝量為 } \dot{m}' = \frac{\dot{m}_c}{A_i} = \frac{0.01087}{1.571} = 0.0692\text{ kg/m}^2 \cdot \text{s}$$





$$\therefore G_i = \dot{m}_i / A_{c,i} = 0.1 / 0.001963 = 50.93 \text{ kg/m}^2 \cdot \text{s}$$

\therefore 進口的雷諾數為

$$\text{Re}_i = \frac{G_i \times d_i}{\mu_i} = \frac{50.93 \times 0.05}{2.132 \times 10^{-5}} = 119423 > 2300 \Rightarrow \text{紊流流動!}$$

由 Gnielinski 方程式 (見本書第一章表 1-7)

$$f_i = (1.58 \ln \text{Re}_i - 3.28)^{-2} = 0.004333$$

$$\text{Nu}_i = \frac{\left(\frac{f_i}{2}\right)(\text{Re}_i - 1000) \text{Pr}_i}{1.07 + 12.7 \sqrt{\frac{f_i}{2}} (\text{Pr}_i^{2/3} - 1)} = \frac{\left(\frac{0.004333}{2}\right)(119423 - 1000) \times 0.7}{1.07 + 12.7 \sqrt{\frac{0.004333}{2}} (0.694^{2/3} - 1)} = 189.1$$

$$h_i = \frac{k_i \times \text{Nu}_i}{d_i} = \frac{0.03084 \times 189.1}{0.05} = 116.6 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

$$\dot{m}_o = \dot{m}_i - \dot{m}_c = 0.1 - 0.01087 = 0.08913 \text{ kg/s}$$

$$\therefore G_o = \dot{m}_o / A_{c,i} = 0.08913 / 0.001963 = 45.39 \text{ kg/m}^2 \cdot \text{s}$$

\therefore 出口的雷諾數為

$$\text{Re}_o = \frac{G_o \times d_i}{\mu_i} = \frac{45.39 \times 0.05}{1.861 \times 10^{-5}} = 121956 > 2300 \Rightarrow \text{紊流流動!}$$

由 Gnielinski 方程式 (表 1-7)

$$f_o = (1.58 \ln \text{Re}_o - 3.28)^{-2} = 0.004315$$

$$\text{Nu}_o = \frac{\left(\frac{f_o}{2}\right)(\text{Re}_o - 1000) \text{Pr}_o}{1.07 + 12.7 \sqrt{\frac{f_o}{2}} (\text{Pr}_o^{2/3} - 1)} = \frac{\left(\frac{0.004315}{2}\right)(121956 - 1000) \times 0.707}{1.07 + 12.7 \sqrt{\frac{0.004315}{2}} (0.707^{2/3} - 1)} = 194.6$$

$$h_o = \frac{k_o \times \text{Nu}_o}{d_i} = \frac{0.02697 \times 194.6}{0.05} = 105 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$



因此，冷凝管內的平均顯熱熱傳係數為

$$h_{avg} = \frac{h_i + h_o}{2} = 110.3 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

$$\phi = \frac{\dot{m}'c_p}{h_{avg}} = \frac{0.00692 \times 1006}{110.3} = 0.0631$$

$$\frac{\phi}{e^\phi - 1} = \frac{0.0631}{e^{0.0631} - 1} = 0.969$$

所以顯熱熱傳係數約下降 $1 - 0.969 = 3.1\%$

【計算例子之結論】

以常用的空氣水系統，在常溫常壓下，冷凝對熱傳係數的影響並不是很大。可是如果進出口的溫度為 90°C 與 60°C 時，若以上述的計算流程，顯熱熱傳係數將下降 17.2% 。也就是入口條件越接近冷凝液的沸點時，其冷凝量會明顯增多，此時顯熱熱傳係數下降相對明顯許多。



溫度-濃度關係曲線

● 習慣上 x 表示液體的莫耳分率而 y 表示氣體的莫耳分率

Q: A & B 中何者
比較容易蒸發?

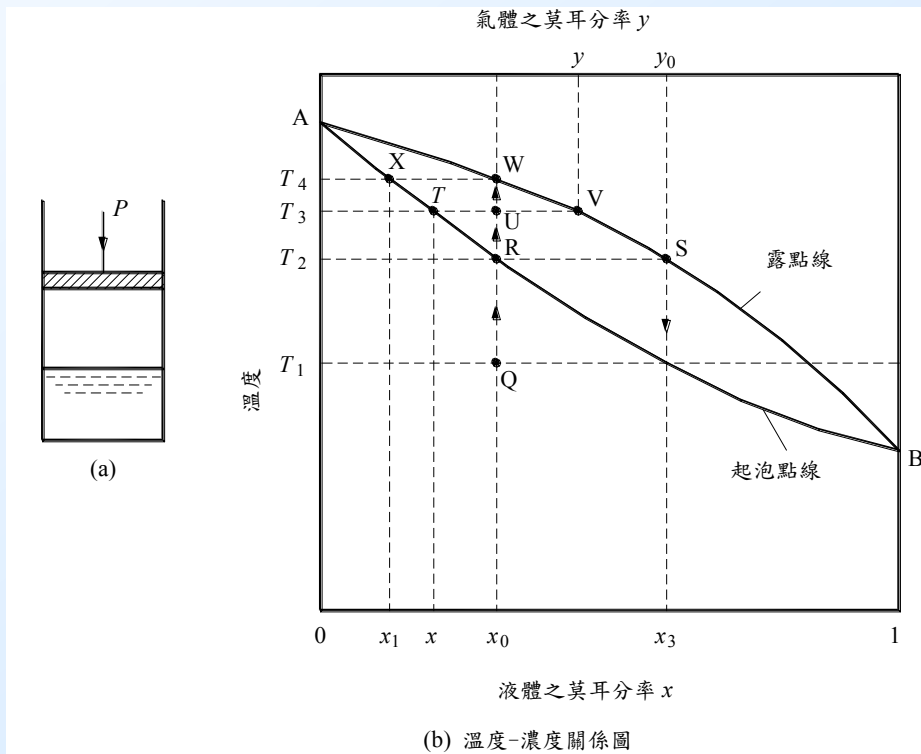
由於系統的總壓力

$$P = P_A + P_B = \sum P$$

其中 P_A 與 P_B 為相對的分壓

$$P_A = y_A P$$

$$P_B = y_B P$$





二元與多元混合物質傳分析

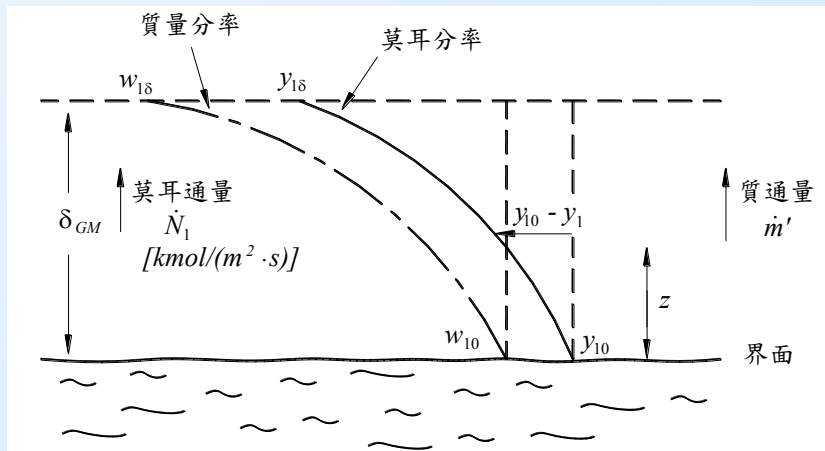
【某一成分的質通率】 = 【該成分質量擴散質通率】 + 【該成分對流質通率】

$$J_i = -D \frac{dc_i}{dz} + w_i c_i$$

右式的第一項: 擴散效應的貢獻

第二項代表流體流動的對流效應所帶動的質量傳遞

$$J_i = D \frac{dc_i}{dz} = Dc \frac{dc}{dz} = Dc \frac{dy_i}{dz}$$





如果考慮二元混合物($c_1 + c_2 = c_T$)，則此一成分的個別質量傳的方程式可由下面兩個方程式來描述：

$$\dot{N}_1 = -N_2 \frac{dc_1}{dz} = -N_2 \frac{dc_1}{dz} c_T \quad (15-43)$$

$$\dot{N}_2 = -N_2 \frac{dc_2}{dz} = -N_2 \frac{dc_2}{dz} c_T \quad (15-44)$$

如果這兩個成分中的一個成分無法冷凝(例如水蒸氣-空氣中的空氣)，若 \dot{N}_2 代表空氣，則於冷凝液界面上的 $\dot{N}_2 = 0$ ，且 $\dot{N}_1 = \dot{N}_T$ ，因此式15-43可改寫如下：

$$\dot{N}_1 = -N_2 \frac{dc_1}{dz} = -N_2 \frac{dc_1}{dz} c_T \quad (15-45)$$

$$\Rightarrow \dot{N}_1 = \frac{D_{12} c_T}{1 - c_1/c_T} \frac{dc_1}{dz} = \frac{-D_{12} c_T}{1 - y} \frac{dy}{dz} \quad (15-46)$$



因此，上式可積分如下：

$$\dot{m}_1 \int_{y_{10}}^{y_{1\delta}} \frac{-D_{12} c dy_1}{1-y_1} \quad (15-47)$$

$$\Rightarrow \dot{m}_1 \delta_{GM} \beta c_T \ln \left[\frac{1-y_{1\delta}}{1-y_{10}} \right] = \beta c_T \ln \left[\frac{1-y_{1\delta}}{1-y_{10}} \right] \quad (15-48)$$

其中 $\beta = D_{12}/\delta_{GM}$ ，稱之為質傳係數(第十三章的符號為 k)，質傳係數通常與 Reynolds 數與 Schmidt 數有關，一些常用的關係式可參考第十三章。

式 15-48 中的 \ln 項可以泰勒展開式表示如下：

$$\ln \left[\frac{1-y_{1\delta}}{1-y_{10}} \right] = \ln \left[1 + \frac{\Delta y_1}{1-y_{10}} \right] = \frac{\Delta y_1}{1-y_{10}} - \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta y_1}{1-y_{10}} \right)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{\Delta y_1}{1-y_{10}} \right)^3 + \dots \quad (15-49)$$

當 Δy_1 甚小時，上式可簡化成 $\frac{\Delta y_1}{1-y_{10}}$ ，而且如果 $y_{10} \ll 1$ ，則式 15-48

可簡化如下：

$$\Rightarrow \dot{m}_1 \delta_{GM} \beta c_T \frac{\Delta y_1}{1-y_{10}} = \beta \Delta c_1 \quad (15-50)$$



但是如果此一二元混合物均會冷凝(例如水蒸氣與酒精)，則式15-43與式15-44的推導必須適度修正；首先定義成分1的總冷凝莫耳分率 \tilde{z} ：

$$\tilde{z} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_1 + \dot{I}_2} \quad (15-51)$$

所以式15-43可改寫如下：

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_1 \tilde{z} \int_{y_1}^{y_{1s}} \frac{dy_1}{c_T D_{12} (1 - y_1)} \quad (15-52)$$

$$\Rightarrow \dot{I}_1 \tilde{z} = c_T D_{12} \frac{dy_1}{dz} \quad (15-53)$$

$$\Rightarrow \dot{I}_1 \tilde{z} = \frac{D_{12} dy_1}{(1 - y_1)} \quad (15-54)$$

$$\Rightarrow \dot{I}_1 \tilde{z} \int_{y_{10}}^{y_{1s}} \frac{dy_1}{(1 - y_1)} = \int_{y_{10}}^{y_{1s}} \frac{-c_T D_{12} dy_1}{(1 - y_1)} \quad (15-55)$$

$$\Rightarrow \dot{I}_1 \tilde{z} \frac{D_{12}}{\delta_{GM}} \ln \left(\frac{1 - y_{1s}}{1 - y_{10}} \right) = -\beta c_T \ln \left(\frac{1 - y_{1s}}{1 - y_{10}} \right) \quad (15-56)$$

多成分混合物冷凝器的設計的近似方法

冷凝液界面到冷卻液中心的熱通量可表示如下：

$$q_c = U' (T_i - T_c)$$

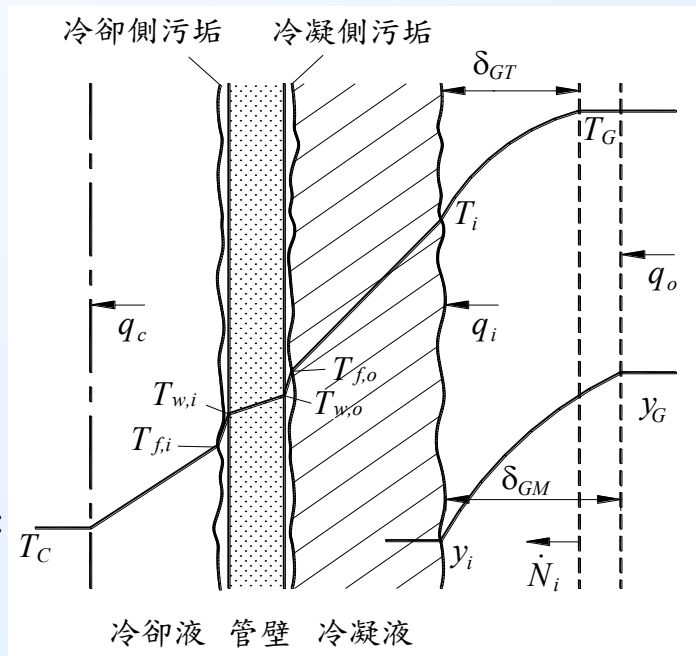
上式中的總熱傳係數可計算如下(以平板管壁而言)：

$$\frac{1}{U'} = \frac{1}{h_c} + r_c + \frac{\Delta X}{k_w} + r_f + \frac{1}{h_f}$$

或(以圓管而言，推導過程可參考本書第八章與第十一章)：

$$\frac{1}{U'} = \frac{d_{w,o}}{h_c d_{w,i}} + r_c \left(\frac{d_{w,o}}{d_{w,i}} \right) + \frac{\ln \left(\frac{d_{w,o}}{d_{w,i}} \right)}{2k_w} + r_f + \frac{1}{h_f}$$

● 這個總熱傳係數與先前常用的總熱傳係數並不完全相同，先前的總熱傳係數涵蓋所有的熱阻，但是這裡的總熱傳係數僅包含冷凝液膜到冷卻液間的熱阻抗，並不包含氣體側的阻抗



h_c : 冷卻液的熱傳係數

r_c : 冷卻液側的污垢係數

ΔX : 管壁厚度

k_w : 管壁熱傳導係數

r_f : 冷凝側液膜與管壁間的污垢係數

h_f : 冷凝液膜的流動熱傳係數

$d_{w,o}$: 圓管管外徑

$d_{w,i}$: 圓管管內徑



- (1) 假設一個冷凝液的界面溫度 T_i ，由於氣體溫度與冷卻液的溫度為已知，因此一個合理的假設溫度範圍為 $T_G > T_i > T_c$ 。
- (2) 一旦得到界面溫度 T_i ，則可估算界面的分壓 P_i ，而進一步計算界面的莫耳分率，即 $y_i = P_i/P$ ，其中 P 為總壓。
- (3) 計算冷凝液的莫耳通率，可由下式算出

$$\dot{m}_1 \frac{D}{\delta_{GM}} c_T \ln \left[\frac{1-y_{1\delta}}{1-y_{10}} \right] = \beta c_T \ln \left[\frac{1-y_{1\delta}}{1-y_{10}} \right] \quad (15-62)$$

- (4) 由式15-52可計算總熱傳量，即：

$$q = q_{LG} + q_s = \dot{m}_1 c_p (T_i - T_G) \frac{\phi}{e^\phi - 1} \quad (15-63)$$

- (5) 根據管內側的條件與冷凝液的條件，即式15-58或式15-59，估算總熱傳係數 U' 。
- (6) 由上式的 U' 值，估算通過液膜到冷卻液的熱通量(式15-57)：

$$q_c = U' (T_i - T_c)$$
- (7) 比較 q_c 與步驟(4)所算出的 q ，如果兩者不相同，則必須重新猜測 T_i 值後，再從步驟(1)從新開始，直到收斂為止。



Colburn-Drew 法的過程與 Colburn-Hougen 類似，但此法適用於混合物中的氣體均可冷凝，其計算過程如下：

- (1) 假設成分1的冷凝莫耳分率 \tilde{z} 。
- (2) 給定成分1在界面上液體部份的莫耳分率 x_{10} ，假設液體部份與液膜充分混合。
- (3) 由給定的液體部份的莫耳分率 x_{10} 與總壓力 P ，估算界面的溫度與 y_{10} 。
- (4) 由式 15-56，計算

$$\dot{N}_T = \beta c_T \ln \left(\frac{\tilde{z} - y_{10}}{\tilde{z} - y_{1\delta}} \right)$$

質傳係數 β 的估算，可參考上面的說明或第十三章的資料。

- (5) 計算 ϕ_T 參數，即：

$$\phi_T = \frac{(\dot{I}_T \tilde{c}_{p,G,1} - \dot{I}_T \tilde{c}_{p,G,2})}{h_0} \quad (15-64)$$

其中

$\tilde{c}_{p,G,1}$ 與 $\tilde{c}_{p,G,2}$ 代表成分1與成分2的單位氣態莫耳比熱

- (6) 由下式計算總熱通量

$$q = q_{LG} + q_s = \dot{I}_T \tilde{c}_{p,G,m} (T_i - T_1) \frac{\phi_T}{e^{\phi_T} - 1} \quad (15-65)$$

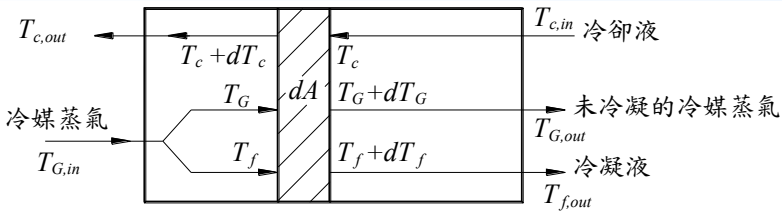
其中 $\tilde{c}_{p,G,m}$ 為平均的單位莫耳潛熱。

$$\tilde{c}_{p,G,m} = \frac{\dot{I}_T \tilde{c}_{p,G,1} + \dot{I}_T \tilde{c}_{p,G,2}}{\dot{I}_T} \quad (15-66)$$

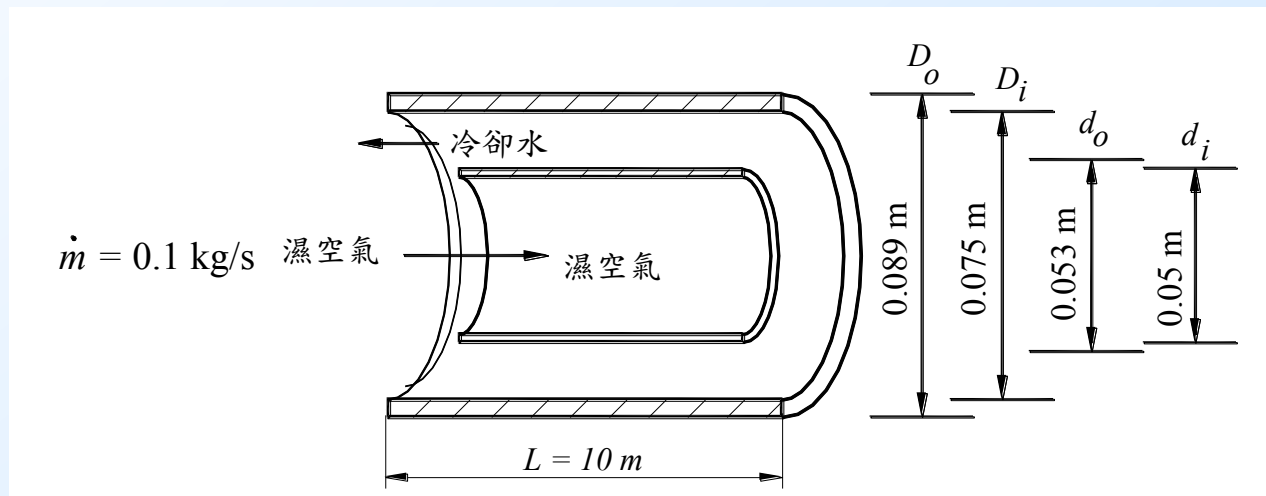
- (7) 同樣的，根據管內側的條件與冷凝液的條件，即式 15-58 或式 15-59，估算總熱傳係數 U' 。
- (8) 由上式的 U' 值，估算通過液膜到冷卻液的熱通量(式 15-57)：

$$q_c = U' (T_i - T_c)$$

- (9) 比較 q_c 與步驟(6)所算出的 q ，如果兩者不相同，則必須重新猜測 x_i 值後，再從步驟(1)從新開始，直到收斂為止。



假設飽和的水蒸氣與空氣的混合物在一大氣壓下溫度為 90°C 流進一內徑 5cm ，長度 10 公尺的雙套管冷凝管，進口的濕空氣與空氣總流量為 0.1 kg/s ，雙套管環側的冷卻水進口溫度為 20°C ，假設冷卻水到冷凝液膜的總熱傳係數為 $4000\text{ W/m}^2\cdot\text{K}$ ，試估算此一冷凝管的热傳量。乾空氣的黏度 $\mu_a = 2.175 \times 10^{-5}\text{ Pa}\cdot\text{s}$ ，水蒸氣的黏度 $\mu_w = 1.193 \times 10^{-5}\text{ Pa}\cdot\text{s}$ ，乾空氣的 $\text{Pr}_a = 0.692$ ，水蒸氣的 $\text{Pr}_w = 0.973$ ，乾空氣的 $k_a = 0.0314\text{ W/m}\cdot\text{K}$ ，水蒸氣的 $k_w = 0.024\text{ W/m}\cdot\text{K}$ ，水蒸氣 90°C 的潛熱為 2283.1 kJ/kg 。





根據空氣線圖可查得相關的濕空氣資料如下：

$$\rho_{a,s} = 0.299 \text{ kg/m}^3$$

$$i_{a,s} = 3867.6 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$$

$$W_{s,in} = 1.42 \text{ kg/kg-dry-air}$$

$$\text{因此， } W_{s,in} = \frac{\dot{m}_{water}}{\dot{m}_a} = \frac{\dot{m} - \dot{m}_a}{\dot{m}_a} = \frac{0.1 - \dot{m}_a}{\dot{m}_a} = 1.42 \text{ kg/kg - dry - air}$$

即乾空氣的流量 \dot{m}_a 為 0.0413 kg/s

$$\text{管內的截面積 } A_{c,i} = \frac{\pi}{4} d_i^2 = \frac{\pi}{4} (0.05)^2 = 0.001963 \text{ m}^2$$

$$\text{管內的總面積 } A_i = \pi \times d_i \times L = 3.14159 \times 0.05 \times 10 = 1.571 \text{ m}^2$$

進口的總質量流量

$$\therefore G_i = \dot{m}_i / A_{c,i} = 0.1 / 0.001963 = 50.93 \text{ kg/m}^2 \cdot \text{s}$$

進口之平均流速為 $V_i = 50.93 / 0.299 = 170.6 \text{ m/s}$

進口的空氣/水蒸氣的平均黏度(假設理想混合)為

$$\mu_i = (\mu_a \dot{m}_a + \mu_w (\dot{m} - \dot{m}_a)) / \dot{m} = 1.6 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$$

\therefore 進口的雷諾數為

$$\text{Re}_i = \frac{G_i \times d_i}{\mu_i} = \frac{50.93 \times 0.05}{2.132 \times 10^{-5}} = 159281 > 2300 \Rightarrow \text{紊流流動!}$$

$$\text{同樣的進口的平均Pr}_i = (\text{Pr}_a \dot{m}_a + \text{Pr}_w (\dot{m} - \dot{m}_a)) / \dot{m} = 0.857$$



由Gnielinski方程式

$$f_i = (1.58 \ln \text{Re}_i - 3.28)^{-2} = 0.004085$$

$$\text{Nu}_i = \frac{\left(\frac{f_i}{2}\right)(\text{Re}_i - 1000) \text{Pr}_i}{1.07 + 12.7 \sqrt{\frac{f_i}{2}} (\text{Pr}_i^{2/3} - 1)} = \frac{\left(\frac{0.004085}{2}\right)(159281 - 1000) \times 0.857}{1.07 + 12.7 \sqrt{\frac{0.004085}{2}} (0.857^{2/3} - 1)} = 273.3$$

進口的空氣/水蒸氣的平均熱傳導係數(假設理想混合)為

$$k_i = (k_a \dot{m}_a + k_w(\dot{m} - \dot{m}_a)) / \dot{m} = 0.0271 \text{ W/m} \cdot \text{K}$$

$$h_i = \frac{k_i \times \text{Nu}_i}{d_i} = \frac{0.0271 \times 273.3}{0.05} = 148.1 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

同樣的，我們必須計算此條件下的質傳係數，由第十三章的表13-5，可知在紊流流動下，管內的質傳係數可計算如下：

$$\frac{\beta d_i}{D} = 0.026 \text{Re}_i^{0.8} \left(\frac{\nu}{D}\right)^{1/3}$$

其中 β 為質傳係數而 D 為質量擴散係數，水蒸氣在空氣中的質量擴散係數的計算，讀者可以參考第十三章例13-3的計算流方程式，可知 $D \approx 3.65 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$

ν ：水蒸氣之動量擴散係數，90°C時為 $2.76 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$

V ：為管內的平均速度 ($= V_i = 170.6 \text{ m/s}$)

因此，質傳係數可計算如下：

$$\frac{\beta d_i}{D} = 0.026 \text{Re}_i^{0.8} \left(\frac{\nu}{D}\right)^{1/3} = 0.026(159281)^{0.8} \left(\frac{2.75 \times 10^{-5}}{3.61 \times 10^{-5}}\right)^{1/3} = 348.1$$



$$\rightarrow \beta = 348.1 \times 3.61 \times 10^{-5} / 0.05 = 0.4586 \text{ m/s}$$

接下來我們使用 Colburn-Hougen 法來估算總熱通量，首先假設一個冷凝液的界面溫度 T_i ，

(1) 例如 $T_i = 70 \text{ }^\circ\text{C}$ ， $70 \text{ }^\circ\text{C}$ 水蒸氣的飽和分壓為 31.2 kPa

(2) 故界面的的莫耳分率， $y_i = P_i/P = 31.2/101.325 = 0.308 = y_{10}$ 。

(3) 估算冷凝液的莫耳通率($\dot{N}_1 = \frac{D_{12}}{\delta_{GM}} c_T \ln \left[\frac{1-y_{1\delta}}{1-y_{10}} \right] = \beta c_T \ln \left[\frac{1-y_{1\delta}}{1-y_{10}} \right]$)

考慮理想氣體，則

$$c_T = \frac{P}{RT} = \frac{101300}{8313 \times (273.15 + 90)} = 0.03356 \text{ kmole/m}^3$$

$$y_{1\delta} = \frac{\frac{\dot{m}_w}{M_w}}{\frac{\dot{m}_a}{M_a} + \frac{\dot{m}_w}{M_w}} = \frac{\frac{0.0587}{18}}{\frac{0.0413}{28.9} + \frac{0.0587}{18}} = 0.695$$

由式15-62，

$$\dot{N}_1 = \beta c_T \ln \left[\frac{1-y_{1\delta}}{1-y_{10}} \right] = 0.4528 \times 0.03356 \times \ln \left[\frac{1-0.695}{1-0.308} \right] = -0.0122 \text{ kmol/m}^2 \cdot \text{s}$$



所以

$$\dot{m}' = \dot{N}_1 \times M_w = -0.0122 \times 18 = -0.22 \text{ kg/m}^2 \cdot \text{s}$$

(4) 計算Ackerman 校正式

$$\phi = \frac{\dot{N}_1 M_w c_{p,w}}{h_i} = \frac{-0.0122 \times 18 \times 1999}{148.03} = -2.97$$

(5) 由式15-52可計算總熱通量，即

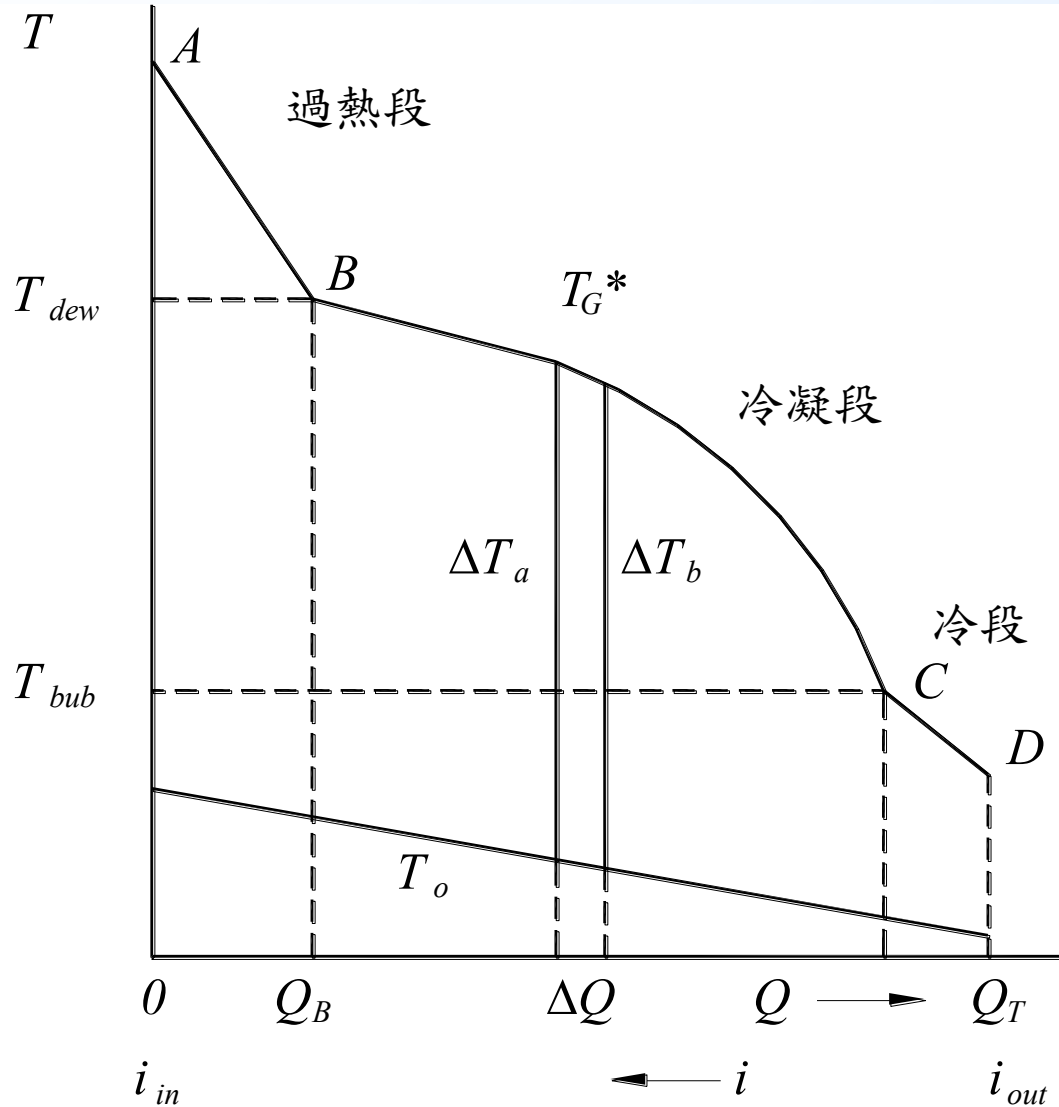
$$\begin{aligned} q &= q_{LG} + q_s = \dot{m}' i_{LG} + h_0 (T_i - T_G) \frac{\phi}{e^\phi - 1} \\ &= -0.22 \times 2283100 + 148.03 \times (70 - 90) \frac{(-2.97)}{e^{-2.97} - 1} \\ &= -502360 - 9272 = 511.6 \text{ kW/m}^2 \end{aligned}$$

(6) 又 $U' = 4000 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ ，所以 $q_c = U' (T_i - T_c) = 4000 \times (70 - 30) = 160 \text{ kW/m}^2$ ，此值與(5)的計算結果不同，因此必須重新假設界面的溫度 T_i ，再重複步驟(1)~(6)後，界面的溫度約為 84.71°C ，熱通量約為 218.8 kW/m^2 。由於傳熱管的總面積為 1.571 m^2 ，故有效熱傳量

$$Q = q \times A = 218.8 \times 1.571 = 343.8 \text{ kW}$$



均勻冷凝與差分冷凝冷卻線



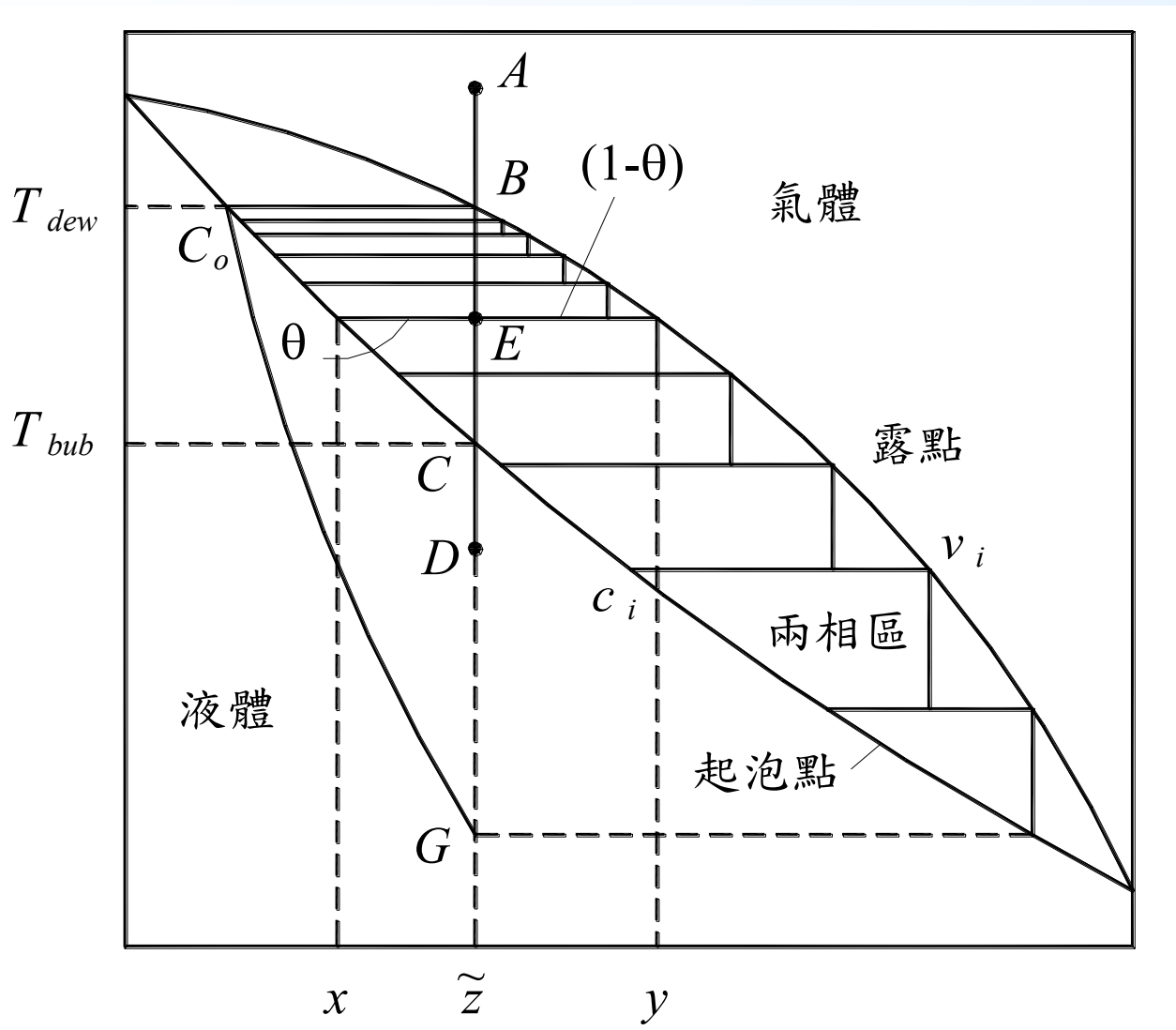


圖15-13 多成分混合物之冷凝過程



均勻冷凝冷卻線計算流程

對多成分的冷凝器的冷卻線計算過程中，最重要的是要掌握混合物中各個成分的比重，一般而言，總質量流量(\dot{m}_T ，kg/s)與各個成分的總莫耳流率(N_T ，kmol/s)或是單獨成分的總莫耳流率($N_{T,i}$ ，kmol/s)，應該會事先給定，因此：

$$\dot{m}_T = \sum_{i=1}^n \dot{m}_{T,i} \quad (15-69)$$

$$\dot{L}_L = \sum_{i=1}^n \dot{L}_{L,i} \quad (15-70)$$

$$\dot{L}_G = \sum_{i=1}^n \dot{L}_{G,i} \quad (15-71)$$

$$i_m = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\dot{L}_{G,i}}{\dot{L}_{L,i}} + \frac{\dot{L}_{L,i}}{\dot{L}_{G,i}} \right)} \quad (15-72)$$



請注意 $\tilde{i}_{G,i}$ 與 $\tilde{i}_{L,i}$ 上的~代表單位莫耳數的焓值(kJ/kmol)，此值與習慣上單位質量的焓值(kJ/kg)不同，式15-72的目的即在做此一轉換。由於

$$y_i = \frac{\dot{i}_{G,i}}{\dot{i}_G} \quad (15-73)$$

$$x_i = \frac{\dot{i}_{L,i}}{\dot{i}_L} \quad (15-74)$$

$$K_i = \frac{y_i}{x_i} \quad (15-75)$$

$$\therefore \dot{i}_{G,i} = \frac{\dot{i}_{G,i}}{\dot{i}_G} \dot{i}_G = y_i \dot{i}_G = \frac{y_i}{x_i} \dot{i}_G = \frac{y_i}{x_i} \frac{\dot{i}_G}{\dot{i}_L} \dot{i}_L = \frac{y_i}{x_i} \frac{N_G}{N_L} \dot{i}_L \quad (15-76)$$

又

$$\dot{i}_{G,i} = \dot{i}_{L,i} \quad (15-77)$$

$$\therefore \dot{i}_{L,i} = \frac{y_i}{x_i} \frac{N_G}{N_L} \dot{i}_L \quad (15-78)$$

$$\Rightarrow \dot{i}_{L,i} = \frac{y_i}{x_i} \frac{N_G}{N_L} \dot{i}_L \quad (15-79)$$

$$\Rightarrow \dot{i}_L = \frac{N_G}{N_L} \left(\frac{y_1}{x_1} \dot{i}_{G,1} + \dots + \frac{y_N}{x_N} \dot{i}_{G,N} \right) \quad (15-80)$$



當冷凝的平衡溫度固定，則計算冷凝冷卻線的過程如下：

- (1) 由給定的混合物成分比重，計算各個成分的總莫耳流率 $\dot{N}_{T,i}$ (包含氣態與液態)
- (2) 由(1)的計算結果，可知 $\dot{N}_T = \sum \dot{N}_{T,i}$
- (3) 由給定的溫度與壓力，根據圖表資料，取得各個成分的 K_i
- (4) 再由式15-80，可求出 $\frac{\dot{N}_G}{\dot{N}_L}$ (需要疊代)
- (5) 由步驟(1)的 $\dot{N}_{T,i}$ 與步驟(4)的 $\frac{\dot{N}_G}{\dot{N}_L}$ 帶入式15-79可求得 $\dot{N}_{L,i}$
- (6) 由式15-76可算出 $\dot{N}_{G,i}$
- (7) 最後由式15-72算出該混合物的焓值
- (8) 因此該狀態點的散熱量計算如下

$$Q = \dot{m} \sum_{i=1}^m (h_{i,m} - h_{i,m}^0)$$

$$(15-81)$$



多成分冷凝器設計流程

本節介紹的多成分冷凝器設計方法SBG(Sliver-Bell-Ghaly)法，此一設計法的基本假設如下：

- (1) 多成分冷凝為均勻冷凝，氣態部份的溫度變化與平衡溫度相同($T_G = T_E$)；此一假設看起來並不是非常合理，可是其設計結果卻是相當不錯。

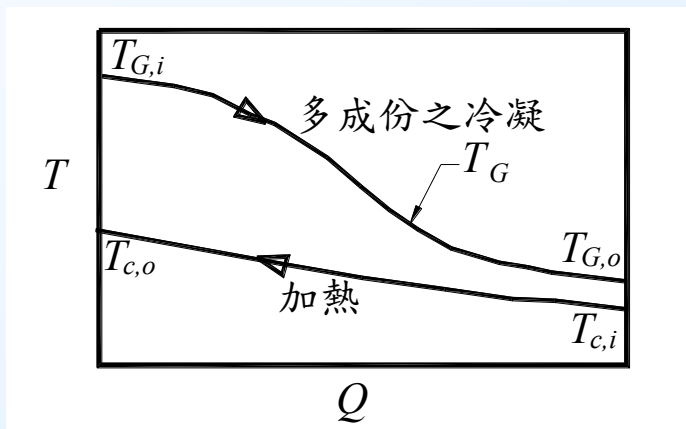


圖 15-14 多成分冷凝之冷凝過程示意圖

- (2) 熱傳的過程係由氣體部份透過液體界面到達內部的冷卻流體。以逆向流而言，如圖15-14所示，在單位面積下的散熱量如下：

$$dQ = dQ_L + dQ_{LG} + dQ_G = U'(T_i - T_c)dA \quad (15-82)$$

$$\rightarrow \frac{dQ}{dA} = U'(T_i - T_c) \quad (15-83)$$



其中 T_i 為冷凝液界面的溫度，下標 L 與 G 分別代表單相液體與氣體，而下標 LG 代表潛熱變化。式 15-83 中單相氣體的熱傳可表示如下：

$$\frac{dQ_G}{dA} = h_G (T_G - T_i) \quad (15-84)$$

其中 h_G 為氣體到界面的顯熱熱傳係數，在 SBG 方法中， h_G 值可假設成無冷凝情況下的熱傳係數 h_0 ，不過，比較合理的估算，則應該採用有質傳效應下的熱傳係數(即包含 Ackermann 校正值)；式 15-83 與式 15-84 可以合併消去 T_i ，過程如下：

$$\frac{dQ}{dA} = U'(T_i - T_c) = U' \left(T_G - \frac{1}{h_G} \frac{dQ_G}{dA} - T_c \right) = U' \left(T_G - \frac{1}{h_G} \frac{dQ_G}{dQ} \frac{dQ}{dA} - T_c \right) \quad (15-85)$$

如果定義

$$Z = \frac{dQ_G}{dQ} \quad (15-86)$$



式15-85可改寫如下：

$$\frac{dQ}{dA} = U' \left(T_G - \frac{Z}{h_G} \frac{dQ}{dA} - T_c \right) = U' \left(T_G - T_c - \frac{Z}{h_G} \frac{dQ}{dA} \right) \quad (15-87)$$

上式的 dQ/dA 可以表示如下：

$$\frac{dQ}{dA} + \frac{U'Z}{h_G} \frac{dQ}{dA} = U'(T_G - T_c) \quad (15-88)$$

$$\Rightarrow \frac{dQ}{dA} = \frac{U'(T_G - T_c)}{1 + \frac{UZ}{h_G}} \quad (15-89)$$

將上式積分可得下式：

$$A = \int_0^{Q_r} \frac{1 + \frac{U'Z}{h_G}}{U'(T_G - T_c)} dQ \quad (15-90)$$

由式15-86中Z的定義，在均勻冷凝的假設條件下，Z僅為Q的函數(也就是 T_E)；因此熱交換器面積大小的設計，可從式15-89根據已知的均勻冷凝線的圖表資料而來；讀者要特別留意，如果沒有均勻冷凝冷卻線的資料，將無法正確去設計估算熱交換器

多成分混合物的蒸發與沸騰現象

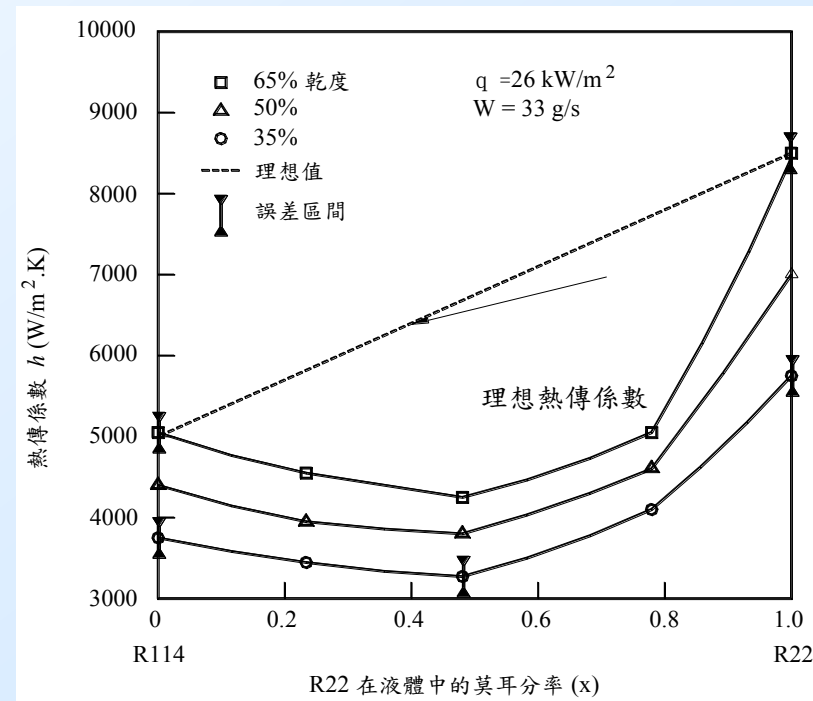
- 多成分混合物與純物質沸騰現象的差異來自兩個地方
 - 混合物的熱力性質與純物質不同
 - 質量傳遞造成的阻抗

理想的混合情形下，此一混合物在某一成分下(x , 莫耳分率)的熱傳係數可表示如下：

$$h_{ID1} = h_A(1-x) + h_Bx \quad (15-91)$$

不過，也有研究採用另一種形式的理想熱傳係數之估算，如下：

$$\frac{1}{h_{ID2}} = \frac{1}{\frac{x}{h_A} + \frac{(1-x)}{h_B}} \quad (15-92)$$





- Palen and Small (1964) 提出最早的混合物沸騰熱傳係數經驗方程式如下：

$$\frac{h}{h_{ID}} = e^{-0.027\Delta\theta}$$

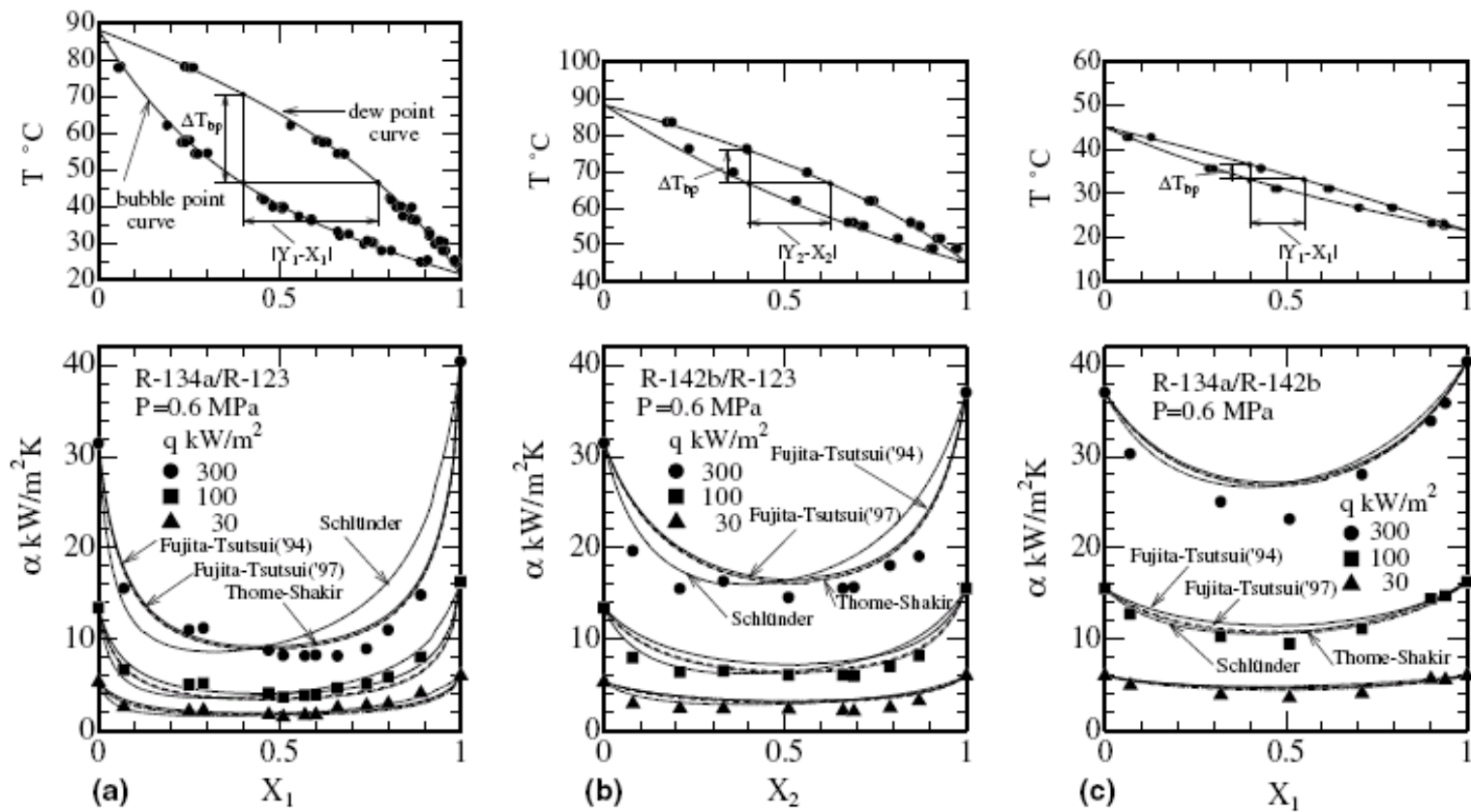


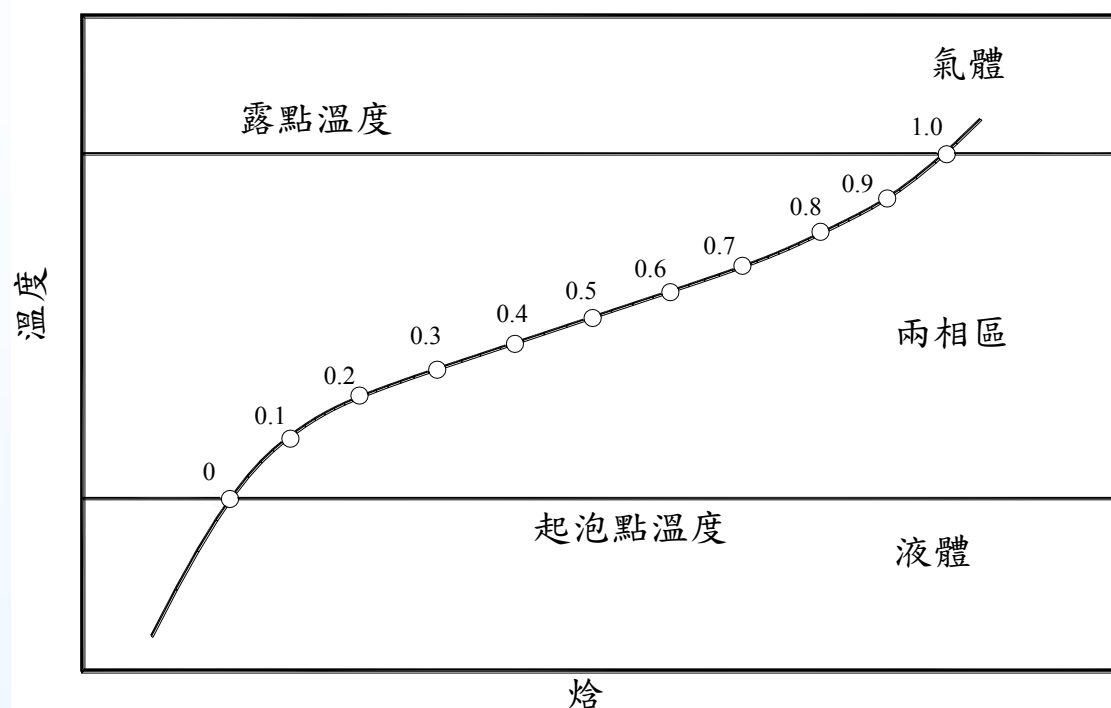
Fig. 4. Heat transfer coefficient for two component mixtures. (a) R-134a (X_1) and R-123 (X_3), (b) R-142b (X_2) and R-123 (X_3), (c) R-134a (X_1) and R-142b (X_2).

熱傳性能衰退隨溫度滑移增加而增加



Modified Silver Method

- 應用上使用較少的混合物性質的資料，因此，在工業設計上更廣為使用
- 由於沸騰的熱傳係數與熱通量有相當的關聯，因此在使用上必須修正**Silver**法，就是要疊帶熱傳係數與熱通量
- 修正**Silver**法與前述的**SBG**法類似，因此使用此法時，必須提供混合物的(1) 該操作壓力下的平衡溫度－濃度關係曲線



一旦熱通量的資料算出後，便可以下面的步驟來詳細估算所需的熱傳管的長度(或面積大小)，其步驟如下：

- (1) 由於熱通量已知，因此可算出熱交換器在這一個區間內的乾度變化，將此一乾度變化適度的分成數個更小的乾度區間來計算，區間越多，計算的結果也就更為精確。
- (2) 取每一小區間的中間的乾度值(例如這個小區間的乾度範圍為 \dot{x}_1 到 \dot{x}_2 ，則其中間乾度值為 $\dot{x}_{mid} = \frac{\dot{x}_1 + \dot{x}_2}{2}$)。
- (3) 由圖，可得知 \dot{x}_1 與 \dot{x}_2 的焓值 i_1 與 i_2 。



估算這個區間中點 \dot{x}_{mid} 的熱通量 q ，由於ESDU(1991)的修正Silver 法採用Gungor and Winterton (1986)的設計方程式來估算流動沸騰的熱傳係數(此法在本書的第四章中有較為深入的說明)，此一計算方法需要提供如下的資料，包括系統參數(d_i 、 T_s 、 P_s 、 \dot{x} 、 T_H 、 x_i)、物理特性(μ_G 、 μ_L 、 ρ_G 、 ρ_L 、 k_G 、 k_L 、 $c_{p,G}$ 、 $c_{p,L}$ 、 i_{LG} 、 \tilde{M} 、 P_c)、Vapor-Liquid-Equilibrium (VLE)資料(包含例如圖15-19(a)、15-19(b)、15-20(a)、15-20(b)與15-21的資料)，計算方法如下，其中步驟(a)~(p)的目的僅在於預先估算一個熱通量，以作為步驟(I)~(XI)疊帶真正熱通量的起始值；當然，讀者也可以直接猜測一個起始的 q 值後即進入步驟(I)~(XI)



- (a) 計算管內的總質量通率， $G = \frac{4\dot{m}}{\pi d_i^2}$ 。
- (b) 計算液體的總雷諾數， $Re_{L0} = \frac{Gd_i}{\mu_L}$ ，若 $Re_{L0} \leq 4000$ ，則預測的熱傳係數可能會偏低。
- (c) 計算液體的Prandtl number， $Pr_L = \frac{\mu_L c_{p,L}}{k_L}$ 。
- (d) 計算全液態的熱傳係數， $h_{L0} = 0.023 Re_{L0}^{0.8} Pr_L^{0.4} \frac{k_L}{d_i}$ 。
- (e) 計算氣態部份的雷諾數， $Re_G = \frac{G\dot{x}d_i}{\mu_G}$ 。
- (f) 計算氣態部份的Prandtl number， $Pr_G = \frac{\mu_G c_{p,G}}{k_G}$ 。
- (g) 計算氣體部份的熱傳係數， $h_G = 0.023 Re_G^{0.8} Pr_G^{0.4} \frac{k_G}{d_i}$ 。
- (h) 計算reduced pressure， $P_r = \frac{P_s}{P_c}$ 。
- (i) 計算 $C_{pr} = \frac{55P_r^{0.12}}{(-\log_{10}(P_r))^{0.55} \tilde{M}^{0.5}}$ 。
- (j) 計算 $C_{dr} = 1.1(\rho_L / \rho_G)^{0.41}$ 。
- (k) 計算對流沸騰增強參數， $E_{cb} = 1 + C_{dr} \left[\frac{\dot{x}}{1 - \dot{x}} \right]^{0.74}$ 。
- (l) 計算對流沸騰的熱傳係數(不包含成核沸騰與混合物的效應)， $h_{cb} = h_{L0} (1 - \dot{x}^{0.8}) E_{cb}$ 。
- (m) 計算總熱傳係數(不包含成核沸騰與混合物的效應)， $U_{cb} = (1/U' + 1/h_{cb})^{-1}$ 。
- (n) 計算熱通量(不包含成核沸騰與混合物的效應)，



$$\dot{q}_{cb} = U_{cb}(T_H - T_s)。$$

(o) 計算Z參數(見式15-86)，

$$Z = \frac{dQ_G}{dQ} = \frac{\dot{m}_G c_{p,G} dT}{\dot{m} di} = \frac{\dot{m} \dot{x} c_{p,G} dT}{\dot{m} di} = \dot{x} c_{p,G} \frac{dT}{di}。$$

(p) 以步驟(n)算出的熱通量後，可當作下面(I)~(XI)運算的起始值。

(I) 估算成核沸騰熱傳係數(nucleate boiling)， $h_{nb} = C_{pr} q^{0.67}$ 。

(II) 估算boiling number， $Bo = \frac{q}{G \Delta i_{LG}}$ 。

(III) 估算對流蒸發加強係數， $E = E_{cb} + 24000 Bo^{1.16}$ 。

(IV) 計算沸騰被壓抑係數， $S = \frac{1}{1 + 1.15 \times 10^{-6} E^2 (\text{Re}_{LO} (1 - \dot{x}))^{1.17}}$ 。

(V) 計算成核沸騰熱傳係數(不包含混合物的效應)， $h_b = h_{nb} S$ 。



(VII) 根據 Palen and Small (1964) 的方法，沸騰混合物熱傳係數可歸納計算如下：

$$h_{bm} = h_b e^{-C_D(T_{dew} - T_{bub})}。$$

其中 C_D 為一有因次的參數，如果溫度採用 °C (或 K)，則 $C_D = 0.027 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ，如果溫度採用 °F，則 $C_D = 0.015 \text{ } ^\circ\text{F}^{-1}$ 。

(VII) 計算對流蒸發熱傳係數 (不包含混合物的效應)，

$$h_c = h_{LO}(1-x)^{0.8} E。$$

(VIII) 混合物沸騰過程中真正的溫動驅動勢為 $T - T_{bub}(x)$ ，根據前述 SBG 法的說明，混合物當地的濃度可視為均勻且等於當地壓力揮發時的溫度，因此 $T_{bub}(x)$ 可視為等於 T_G (根據 Sardesai et al., 1982, 修正 Silver 法)；過程下，根據前述 SBG 冷凝的介紹，可知：

$$Z = \frac{dQ_G}{dQ} = \frac{dq_G}{dq}。$$

在兩相流動中，氣體部份顯熱熱傳與總熱傳量可分別表示為：

$$q_G = h_G(T_i - T_G)$$

$$q = h_c(T_w - T_i) + h_{bm}(T_w - T_G)$$

$$\text{即 } h_m = \frac{1 + h_{bm}/h_c}{1/h_c + Z/h_G} \quad (15-121)$$

(XI) 計算總熱傳係數， $U = (1/U' + 1/h_m)^{-1}$ ；其中 U' 為外管熱傳係數與管壁部份的總熱傳係數 (包含積垢的阻抗)。

(X) 計算管內到管外熱側的熱通量， $q = U(T_H - T_s)$ 。

(XI) 如果步驟 (X) 算出的熱通量值與步驟 (I) 的熱通量值差異甚大，則必須繼續疊帶步驟 (I)~(XI) 直到收斂為止。

$$(5) \text{ 由 } \Delta z = \frac{Gd_i(i_2 - i_1)}{4q}，\text{ 算出此一區間的長度變化}$$

此一方程式的來源可由能量平衡 $\dot{m}(i_2 - i_1) = qA = q\pi d_i \Delta z$ ，再由

$$\dot{m} = G \frac{\pi d_i^2}{4}，\text{ 兩者合併整理後即可得之。}$$

(6) 算出所有的區間變化的長度後，由 $L = \sum dz$ 算出總長度。



假設某混合物的工作系統參數為($d_i = 0.025$ m, $P_s = 1$ bar、進口的乾度 $= 0.2$, $T_H = 100$ °C, $U' = 4000$ W/m²·K, $x_i = 0.4$), 物理特性($\mu_G = 0.00002$ Pa·s, $\mu_L = 0.00025$ Pa·s, $\rho_G = 3$ kg/m³, $\rho_L = 800$ kg/m³, $k_G = 0.04$ W/m·K, $k_L = 0.4$ W/m·K, $c_{p,G} = 1300$ J/kg·K, $c_{p,L} = 2300$ J/kg·K, $i_{LG} = 400000$ J/kg, $M = 110$ kg/kmol, $P_c = 35$ bar), 工作流體的VLE資料見圖15-19~15-21; 如果出口的乾度為0.65, 試問需要多長的傳熱管才能滿足?

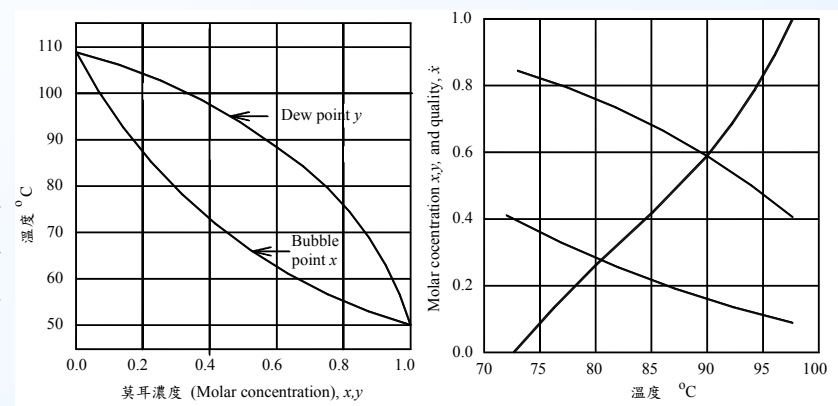


圖15-19 (a)濃度與起泡泡點溫度及露點溫度間的關係(b)某一特定濃度下, x 、 y 、 \dot{x} 與溫度間的關係圖

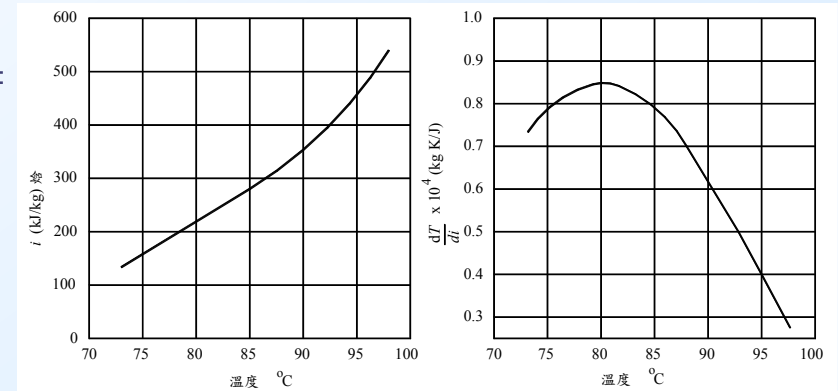


圖15-20 (a) 特定濃度下, 焓值與溫度間的關係圖(b)某一特定濃度下, dT/di 與溫度的關係圖

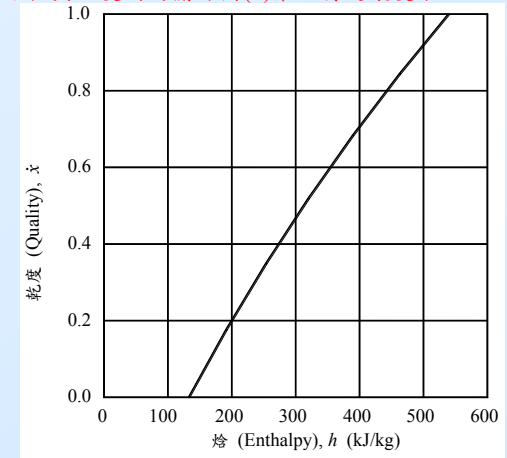


圖15-21 一特定濃度下, 焓值與乾度間的關係圖



- (1) 由於進出口的乾度為0.25與0.65，因此可將此乾度範圍劃分為(A) 0.25~0.35；(B)0.35~0.45；(C) 0.45~0.55；(D)0.55~0.65共四區。
- (2) 取每一小區間的中間的乾度值，故(A)、(B)、(C)、(D)區的平均乾度為0.3、0.4、0.5與0.6；首先，我們先計算區間(A)的結果，(B)、(C)、(D)區間的計算過程將與(A)相同。
- (3) 由圖15-21，可得知 $\dot{x}_1 = 0.25$ 與 $\dot{x}_2 = 0.35$ 的焓值約為220.2 kJ/kg 與 256.5 kJ/kg；平均的乾度為0.3，再由圖15-19(a)，可知 $T_{bub} = 73\text{ }^\circ\text{C}$ ， $T_{dew} = 97.8\text{ }^\circ\text{C}$ ，溫度滑移 $\Delta\theta = (T_{dew} - T_{bub}) = (97.8 - 73) = 24.8\text{ }^\circ\text{C}$ 。因此乾度0.3的飽和溫度可估算如下

$$T_s = T_{bub} + \dot{x}_{mid}\Delta\theta = 73 + 0.3 \times 24.8 = 80.44\text{ }^\circ\text{C}。$$



$$G = \frac{4\dot{m}}{\pi d_i^2} = \frac{4 \times 0.15}{\pi \times 0.025^2} = 305.6 \text{ kg/m}^2 \cdot \text{s}$$

$$(b) \quad \text{Re}_{LO} = \frac{Gd_i}{\mu_L} = \frac{305.6 \times 0.025}{0.00025} = 30557$$

$$(c) \quad \text{Pr}_L = \frac{\mu_L c_{p,L}}{k_L} = 1.25$$

$$(d) \quad h_{LO} = 0.023 \text{Re}_{LO}^{0.8} \text{Pr}_L^{0.4} \frac{k_L}{d_i} = 0.023 \times 30557^{0.8} \times 1.25^{0.4} \times \frac{0.4}{0.025} \\ = 712.7 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

$$(e) \quad \text{Re}_G = \frac{G \dot{x} d_i}{\mu_G} = \frac{305.6 \times 0.3 \times 0.025}{0.00002} = 114591$$

$$(f) \quad \text{Pr}_G = \frac{\mu_G c_{p,G}}{k_G} = 0.65$$

$$(g) \quad h_G = 0.023 \text{Re}_G^{0.8} \text{Pr}_G^{0.4} \frac{k_G}{d_i} = 0.023 \times 114591^{0.8} \times 0.65^{0.4} \times \frac{0.04}{0.025} \\ = 345.4 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

$$(h) \quad P_r = \frac{P_s}{P_c} = \frac{0.1}{35} = 0.02857$$

$$(i) \quad C_{pr} = \frac{55 P_r^{0.12}}{(-\log_{10}(P_r))^{0.55}} = \frac{55 \times 0.02857^{0.12}}{(-\log_{10}(0.02857))^{0.55} \times 110^{0.5}} = 2.695$$

$$(j) \quad C_{dr} = 1.1(\rho_L / \rho_G)^{0.41} = 1.1 \times (800/3)^{0.41} = 10.87$$

$$(k) \quad E_{cb} = 1 + C_{dr} \left[\frac{\dot{x}}{1 - \dot{x}} \right]^{-0.74} = 1 + 10.87 \times \left[\frac{0.3}{1 - 0.3} \right]^{-0.74} = 6.8$$

$$(l) \quad h_{cb} = h_{LO} (1 - \dot{x}^{0.8}) E_{cb} = 712.7 \times (1 - 0.3^{0.8}) \times 6.8 = 2998.5 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

$$(m) \quad U_{cb} = (1/U' + 1/h_{cb})^{-1} = (1/4000 + 1/2998.5)^{-1} = 1713.8 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

$$(n) \quad q_{cb} = U_{cb} (T_H - T_s) = 1713.8 \times (100 - 80.44) = 33521.8 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

(o) 由圖 15-21，可知當 $T_s = 80.44 \text{ }^\circ\text{C}$ 時， $dT/di \approx 0.000084 \text{ kg} \cdot \text{K}/\text{J}$

$$\therefore Z = \dot{x} c_{p,G} \frac{dT}{di} = 0.03276$$

(p) 以步驟 (n) 算出的熱通量當作下面 (I)~(XI) 運算的起始值



$$(I) \quad h_{nb} = C_{pr} q^{0.67} = 2.695 \times 335218^{0.67} = 2901.2 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

$$(II) \quad Bo = \frac{q}{G\Delta i_{LG}} = \frac{33521}{305.6 \times 400000} = 0.000274$$

$$(III) \quad E = E_{cb} + 24000Bo^{1.16} = 6.804 + 24000 \times 0.000274^{1.16} = 8.576$$

$$(IV) \quad S = \frac{1}{1 + 1.15 \times 10^{-6} E^2 (\text{Re}_{LO}(1 - \dot{x}))^{1.17}}$$

$$= \frac{1}{1 + 1.15 \times 10^{-6} \times 8.576^2 (30558(1 - 0.3))^{1.17}} = 0.092$$

$$(V) \quad h_b = h_{nb} S = 2901.2 \times 0.092 = 267.3 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

$$(VI) \quad h_{bm} = h_b e^{-C_D(T_{dew} - T_{bub})} = 267.3 \times e^{0.027 \times 24.8} = 136.8 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

$$(VII) \quad h_c = h_{LO}(1 - \dot{x})^{0.8} E = 712.7 \times (1 - 0.3)^{0.8} \times 8.576 = 459543 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

$$(VIII) \quad h_m = \frac{1 + h_{bm}/h_c}{1/h_c + Z/h_G} = \frac{1 + 136.8/4595}{1/4595 + 0.03276/345.4} = 3296 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

$$(IX) \quad U = (1/U' + 1/h_m)^{-1} = (1/4000 + 1/3296)^{-1} = 1807 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

$$(X) \quad q = U(T_H - T_s) = 1807 \times (100 - 80.44) = 35342 \text{ W/m}^2$$

(XI) 此值與起始值有差異，因此可繼續將此值帶入步驟(I)~(XI)繼續疊帶，最後的收斂值為35535 W/m²止

$$(5) \quad \Delta z_A = \frac{Gd_i(i_2 - i_1)}{4q} = \frac{305.6 \times 0.025 \times (256500 - 220200)}{4 \times 35536} = 1.954 \text{ m}$$

(6) 同樣上述的步驟可算出 $\Delta z_B = 2.372 \text{ m}$ ， $\Delta z_C = 2.935 \text{ m}$ ， $\Delta z_D = 3.733 \text{ m}$ ；
故總長度 $L = \sum dz = 1.954 + 2.372 + 2.935 + 3.733 = 11.994 \text{ m}$ 。



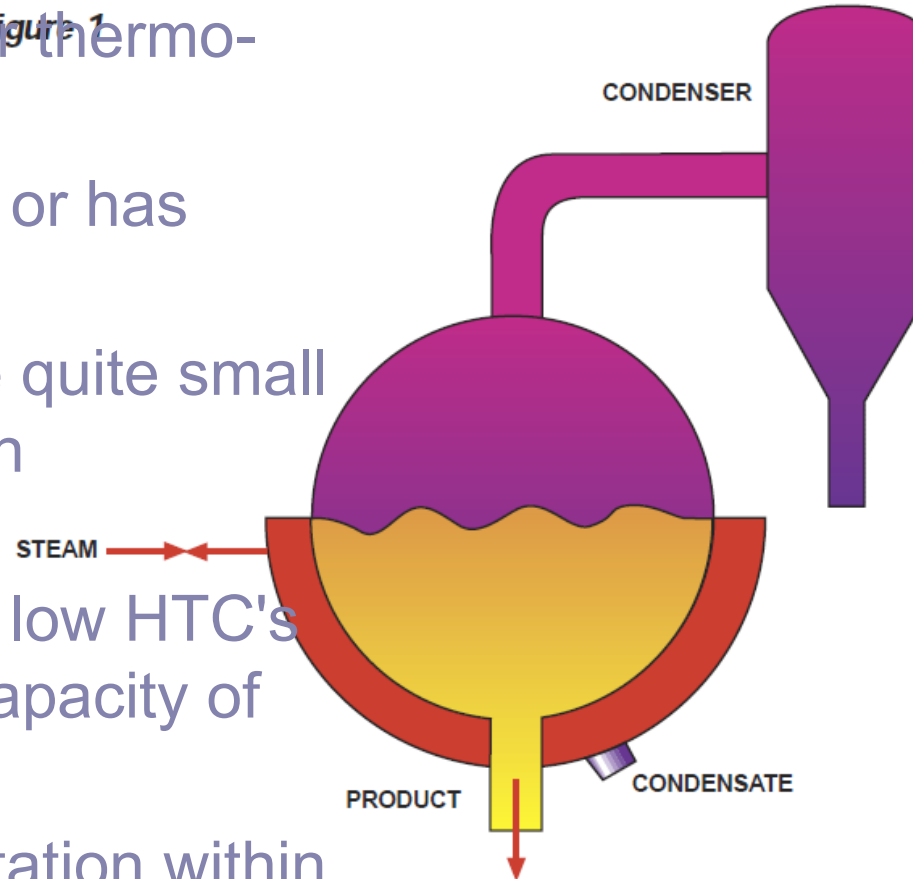
Typical process Evaporators and Condensers



常見製程用蒸發器 Batch pan

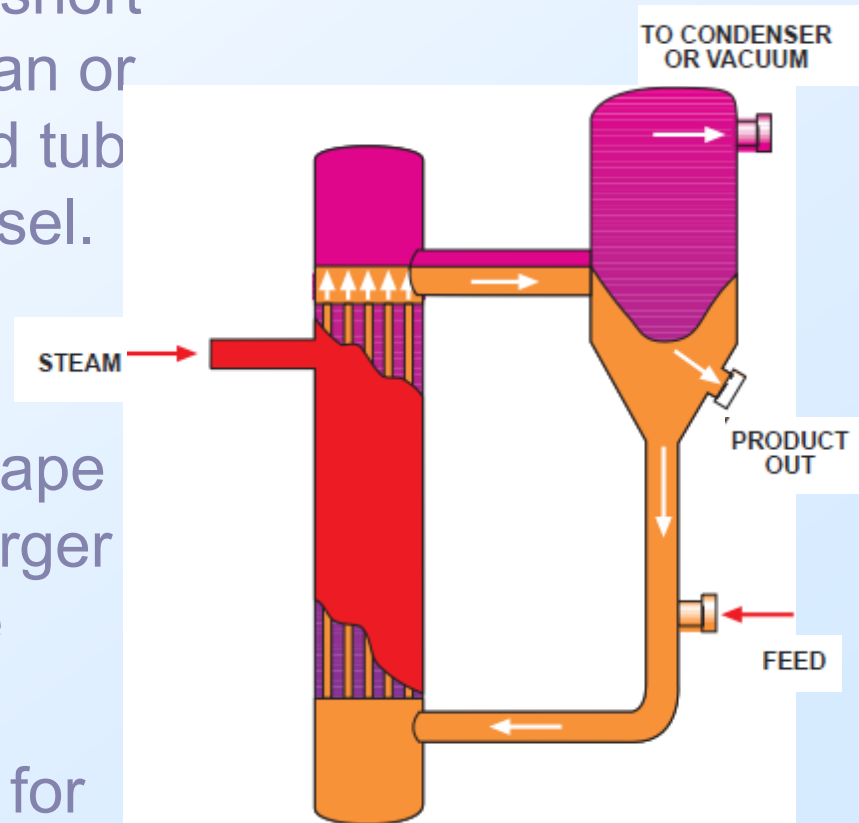
- Product residence time normally is many hours.
- Normally boil at low temperatures and high vacuum when a heat sensitive or thermo-degradable product is involved.
- The batch pan is either jacketed or has internal coils or heaters.
- Heat transfer areas normally are quite small and low under natural convection conditions.
- Low surface areas together with low HTC's generally limit the evaporation capacity of such a system.
- Heat transfer is improved by agitation within the vessel.

Figure 1



常見製程用蒸發器 Natural Circulation

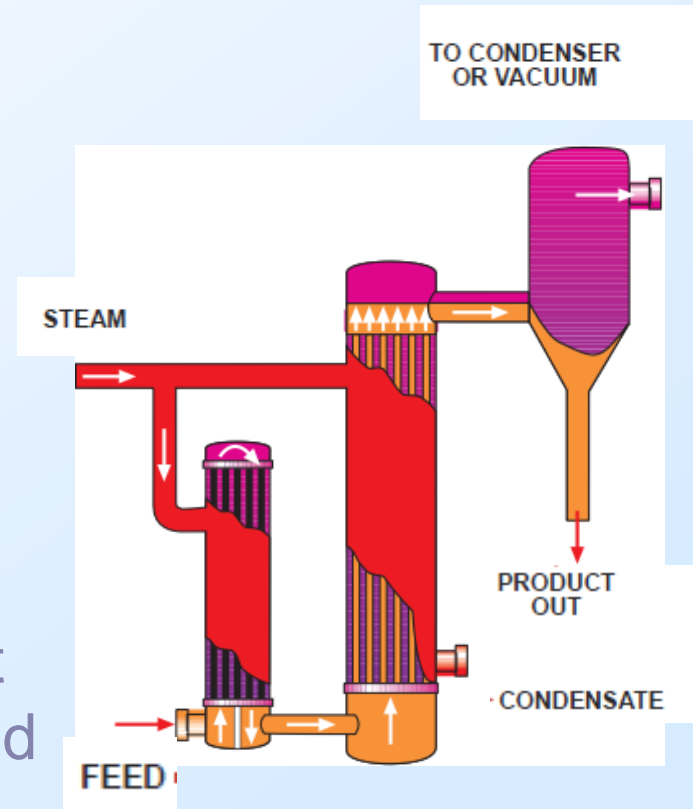
- Evaporation by natural circulation is achieved through the use of a short tube bundle within the batch pan or by having an external shell and tube heater outside of the main vessel.
- The external heater has the advantage that its size is not dependent upon the size or shape the vessel itself. As a result, larger evaporation capacities may be obtained.
- The most common application for this type of unit is as a reboiler at the base of a distillation column.





常見製程用蒸發器 Rising Film Tubular

- As the fluid moves up the tube, more vapor is formed resulting in a higher central core velocity that forces the remaining liquid to the tube wall.
- Higher vapor velocities, in turn, result in thinner and more rapidly moving liquid film. This provides higher HTC's and shorter product residence time.
- The development of the rising film principle was a giant step forward in the evaporation field, particularly in product quality. Higher HTC's resulted in reduced heat transfer area requirements and consequently, in a lower initial capital investment.

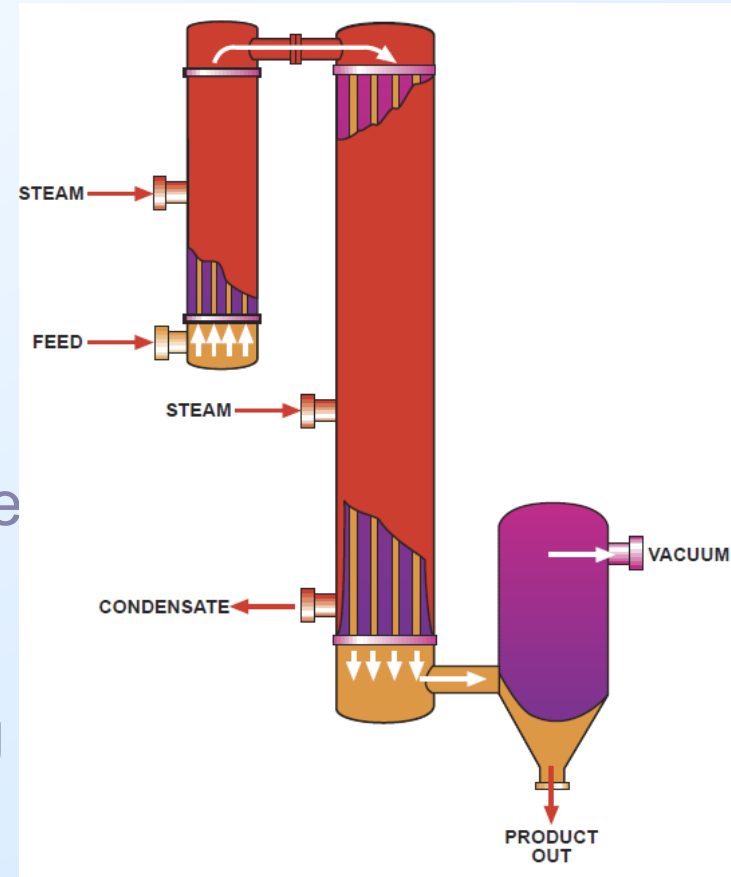




Falling Film Evaporator

The falling film evaporator does have the advantage that the film is 'going with gravity' instead of against it. This results in a thinner, faster moving film and gives rise to an even shorter product contact time and a further improvement in the value of HTC.

To establish a well-developed film, the rising film unit requires a driving film force, typically a temperature difference of at least 25°F (14°C) across the heating surface. In contrast, the falling film evaporator does not have a driving force limitation—permitting a greater number of evaporator effects to be used within the same overall operating limits.





RISING / FALLING FILM TUBULAR

- The rising/ falling film evaporator has the advantages of the ease of liquid distribution of the rising film unit coupled with lower head room requirements. The tube bundle is approximately half the height of either a rising or falling film evaporator, and the vapor/ liquid separator is positioned at the bottom of the calandria.

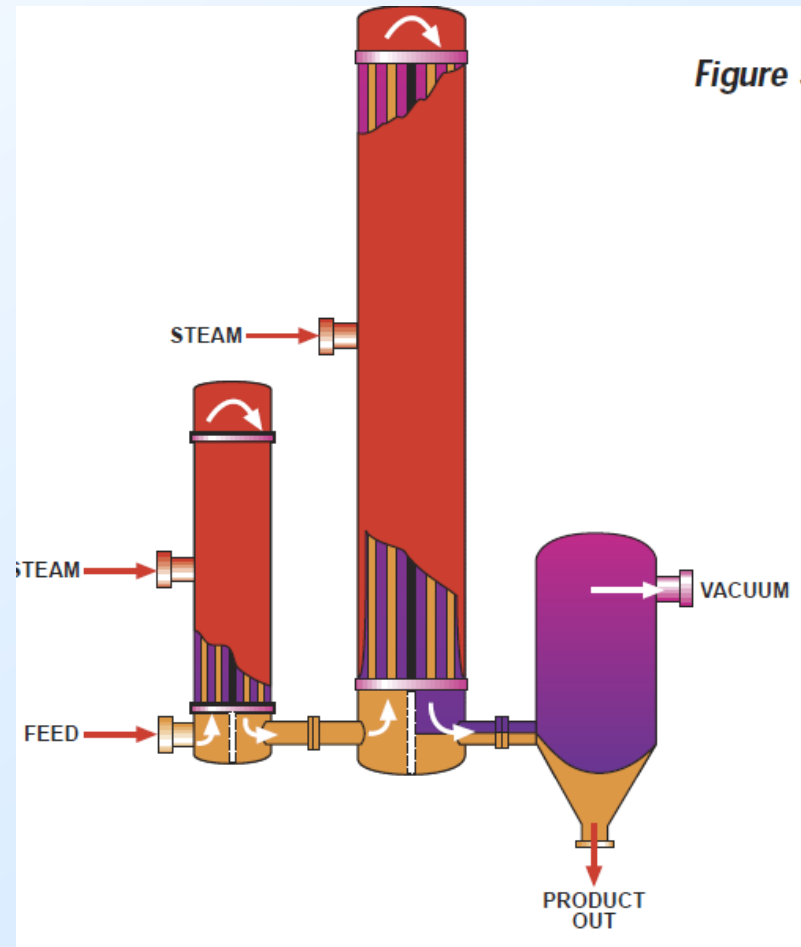


Figure 5



- The forced circulation evaporator was developed for processing liquors which are susceptible to scaling or crystallizing.
- Liquid is circulated at a high rate through the heat exchanger, boiling being prevented within the unit by virtue of a hydrostatic head maintained above the top tube plate.
- As the liquid enters the separator where the absolute pressure is slightly less than in the tube bundle, the liquid flashes to form a vapor.
- The main applications for a forced circulation evaporator are in the concentration of inversely soluble materials, crystallizing duties, and in the concentration of thermally degradable materials which result in the deposition of solids. In all cases, the temperature rise across the tube bundle is kept as low as possible, often as low as $3-5^{\circ}\text{F}$ ($2-3^{\circ}\text{C}$)

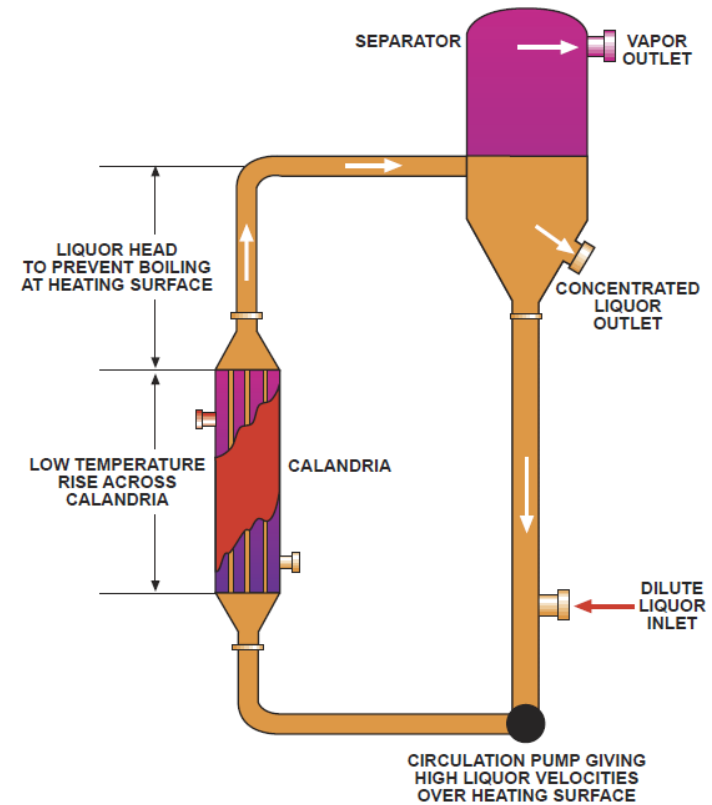
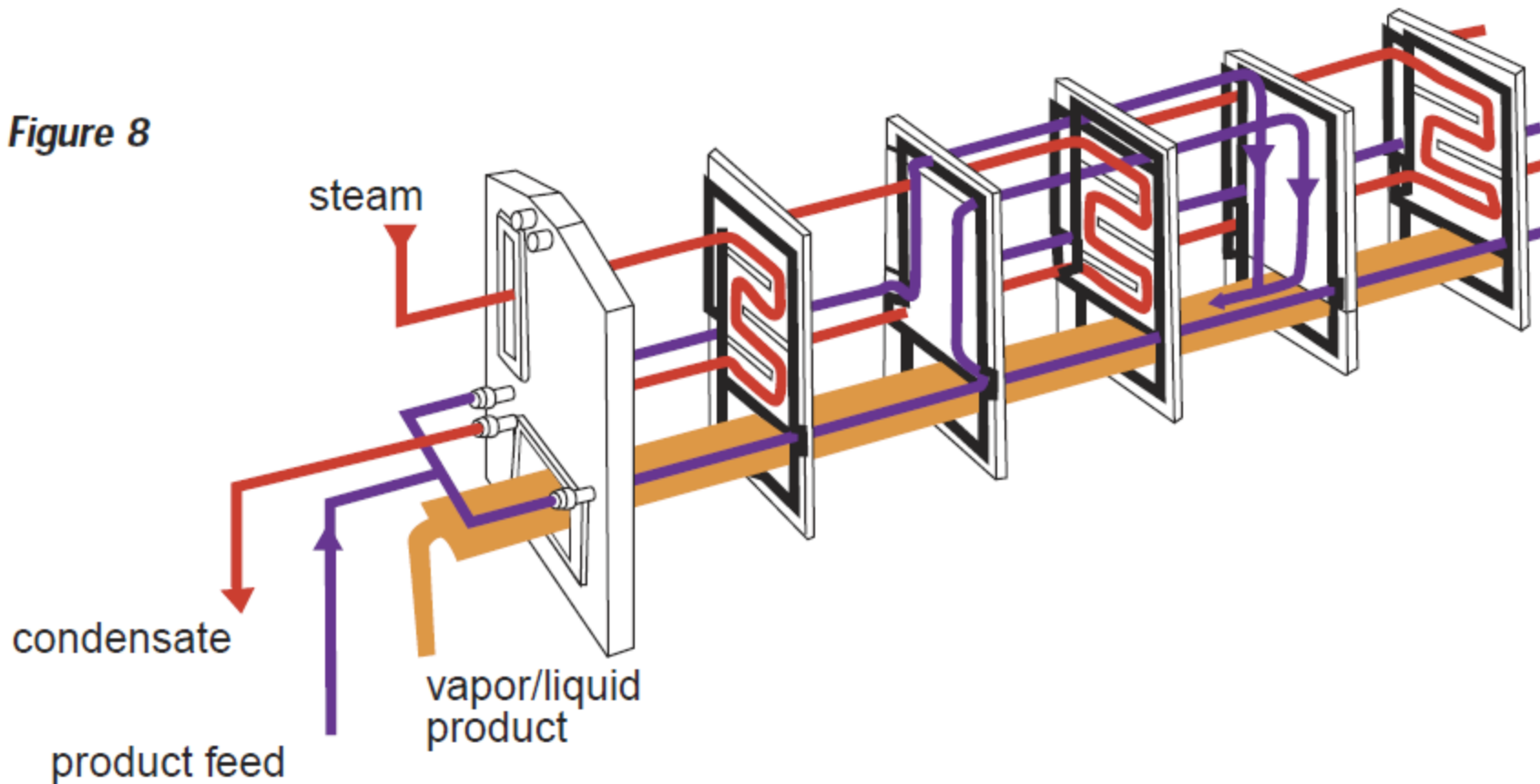




Plate Evaporator

Figure 8





Shell and tube condenser



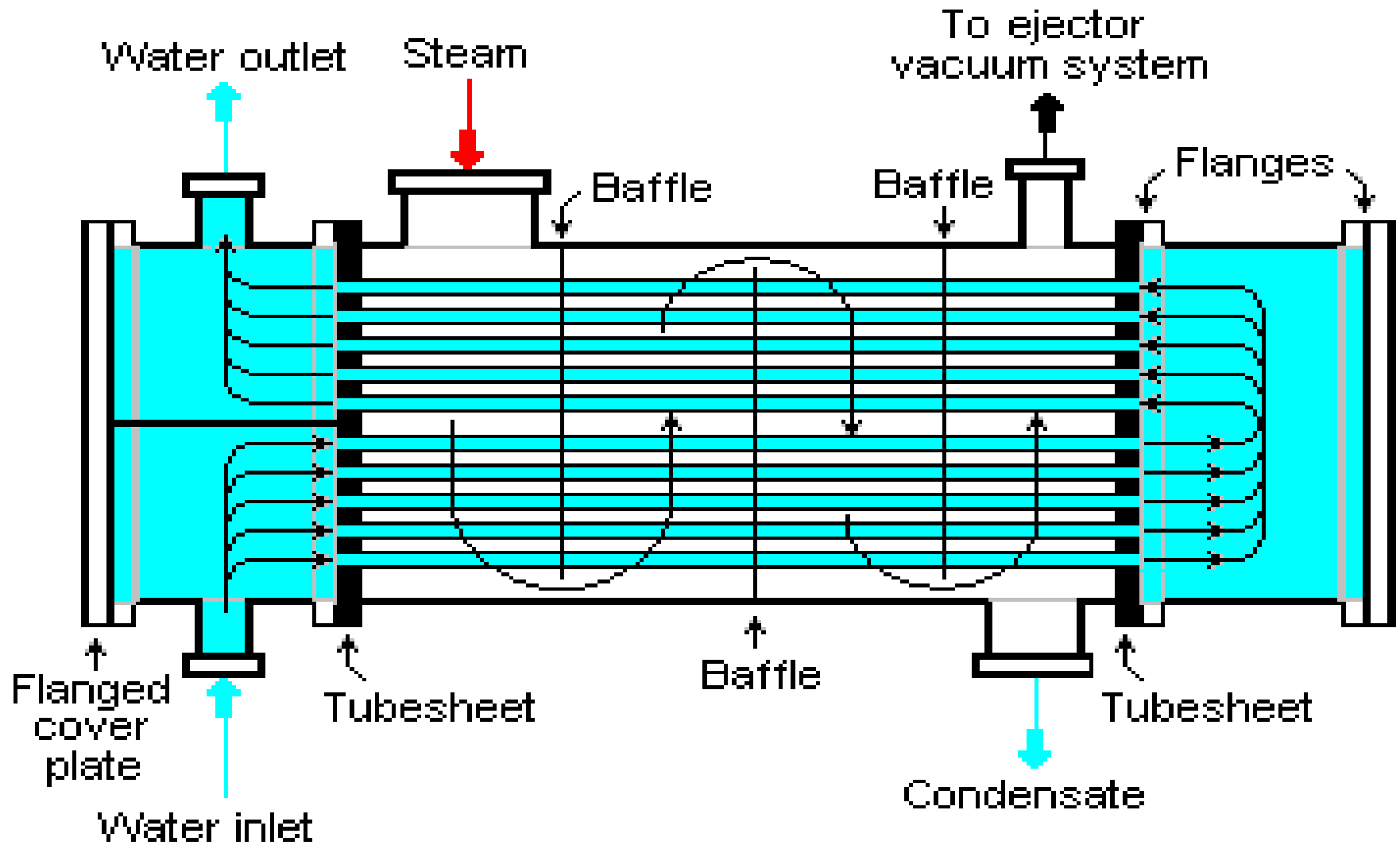
ICE LINGS

SHELL AND TUBE CONDENSERS

A perfect match to your requirement



Inside a Shell and tube condenser



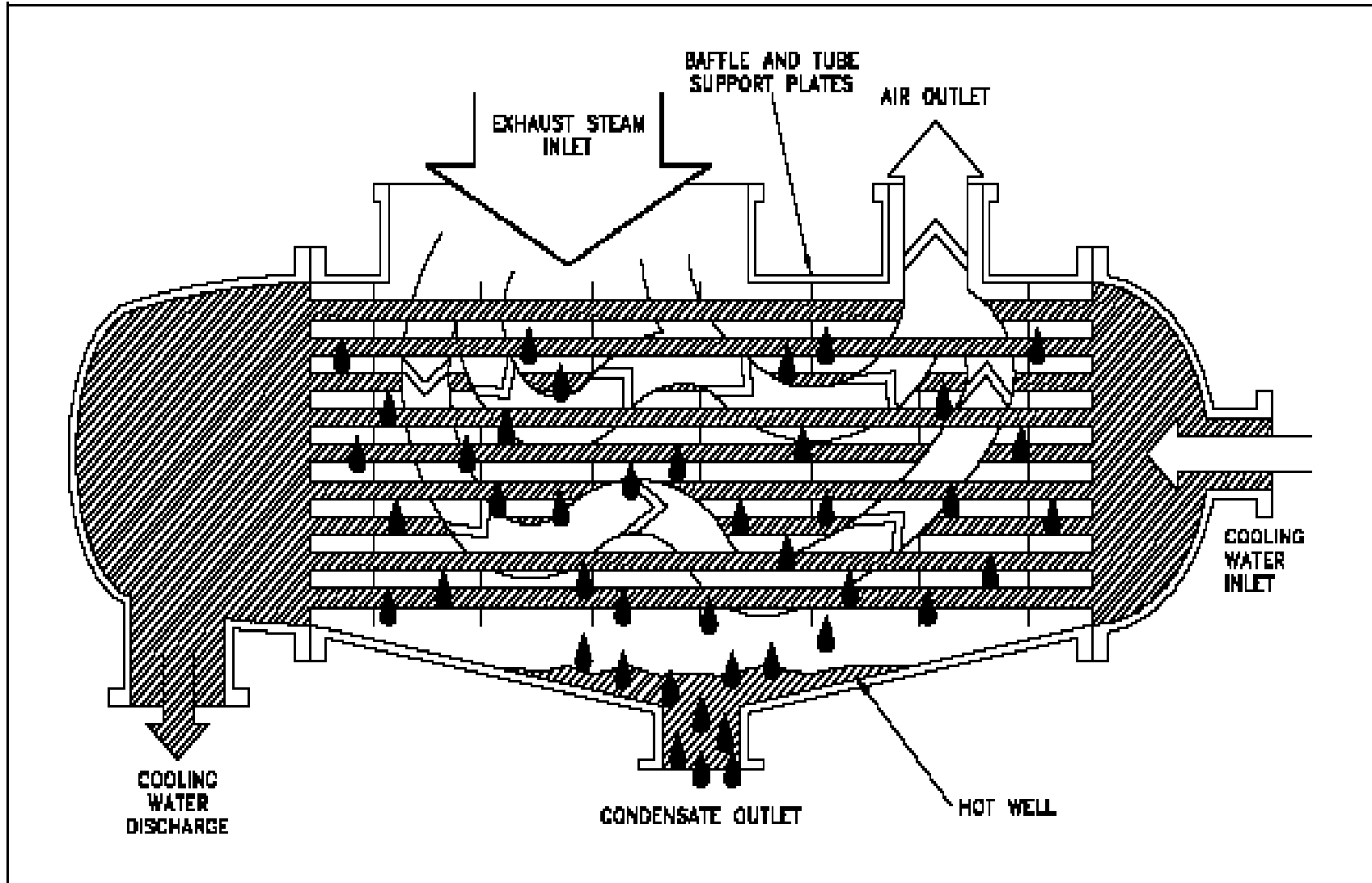


Figure 9 Single-Pass Condenser
engineering-resource.com



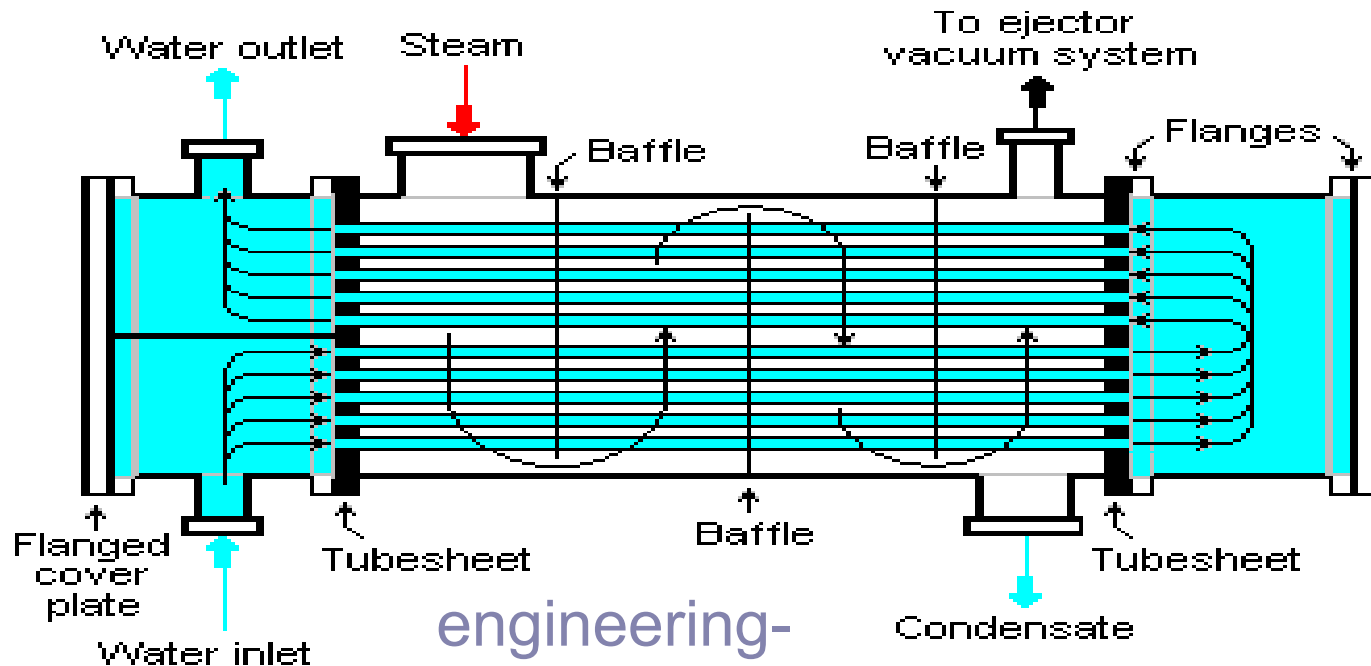
Inside a water cooled(shell and tube), surface condenser

- A surface condenser is basically a shell and tube heat exchanger with phase change. The main parts of a condenser are as follows.
- 1-SHELL
- 2-TUBES
- 3-TUBE SHEETS



Contd.

- 4-BAFFLES
- 5-VACUUM SYSTEM
- 6-WATER BOXES





Three stage condensation

- Condensation takes place in three stages
- 1-DESUPERHEATING.
- 2-CONDENSING TO LIQUID.
- 3-SUBCOOLING (to avoid pump cavitations)



國立交通大學

National Chiao Tung University

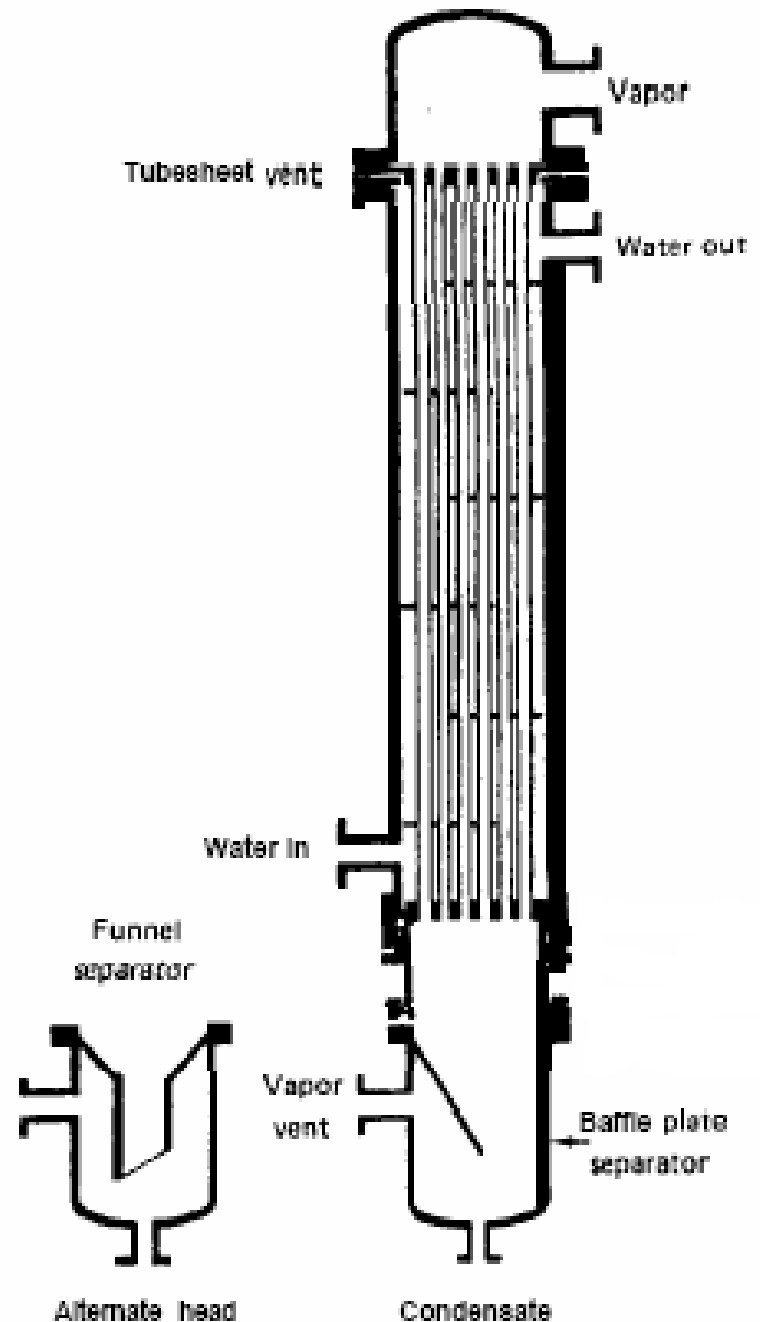
Condenser Flow Arrangements

- Condensation Inside Tubes: Vertical Down flow
- Condensation Inside Tubes: Vertical Up flow
- Condensation Outside Vertical Tubes
- Condensation Inside Horizontal Tubes
- Condensation Outside Horizontal Tubes



Condensation Inside Tubes: Vertical Down flow

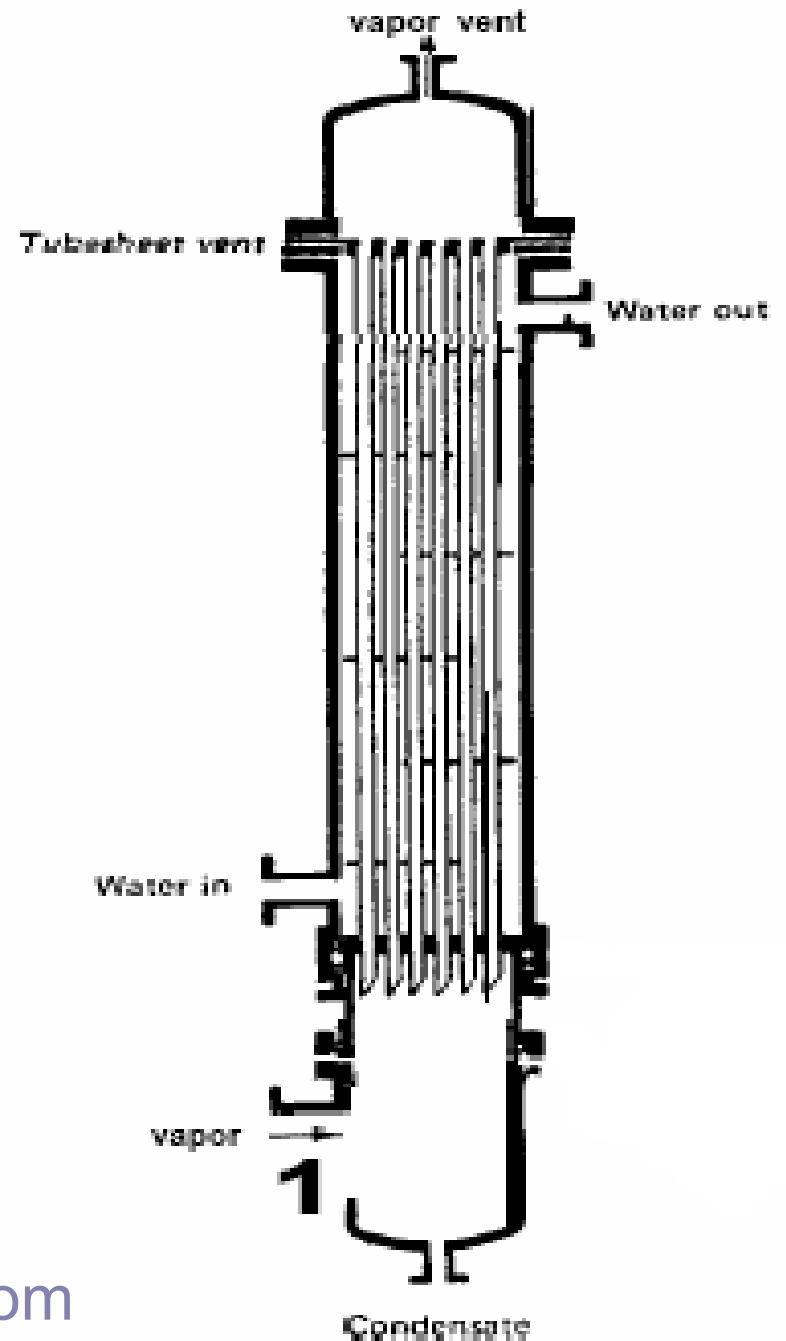
Tube Diameter: 19mm to
50 mm





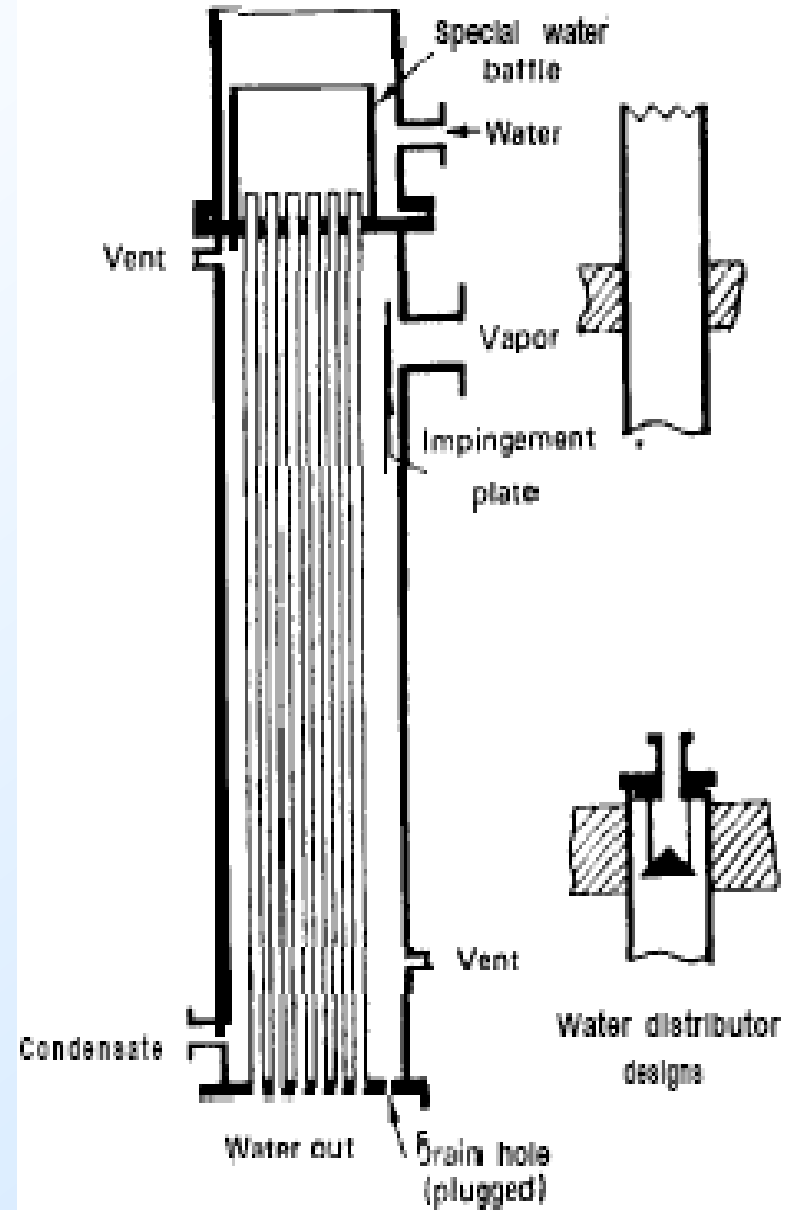
Condensation Inside Tubes: Vertical Up flow

Tube Diameter: 25
mm or more



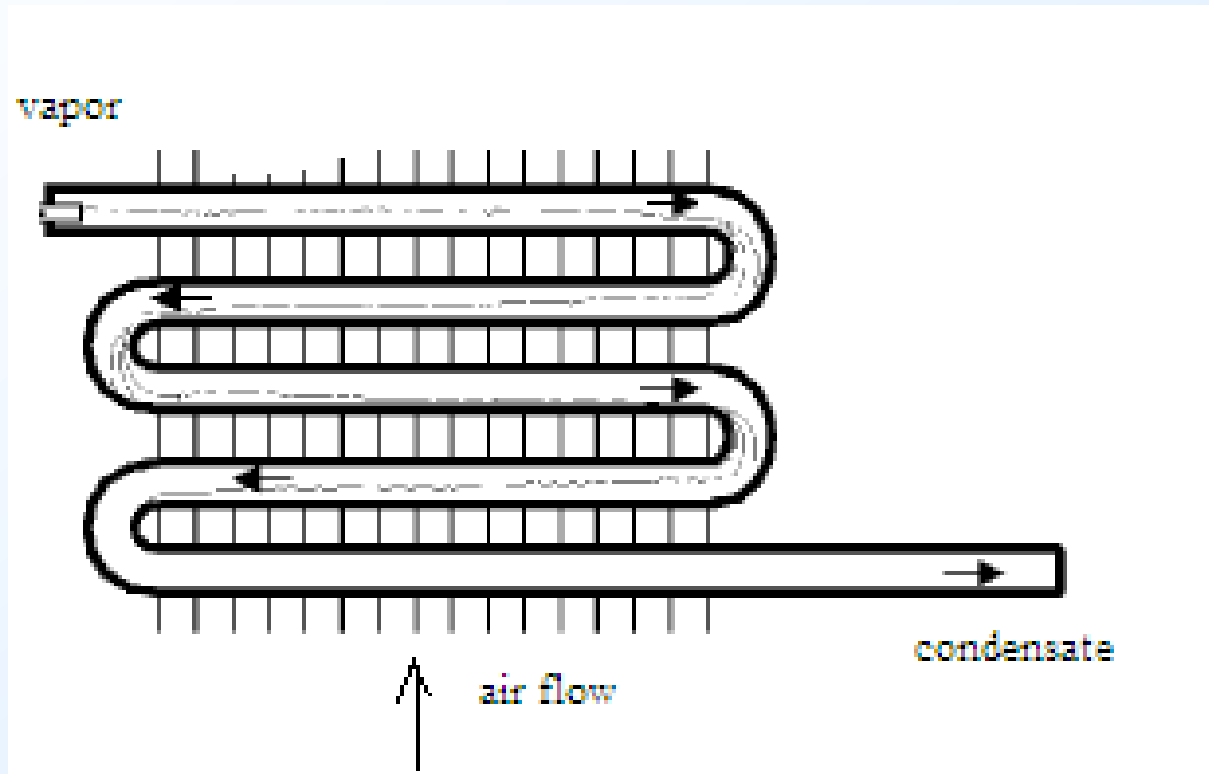


Condensation Outside Vertical Tubes



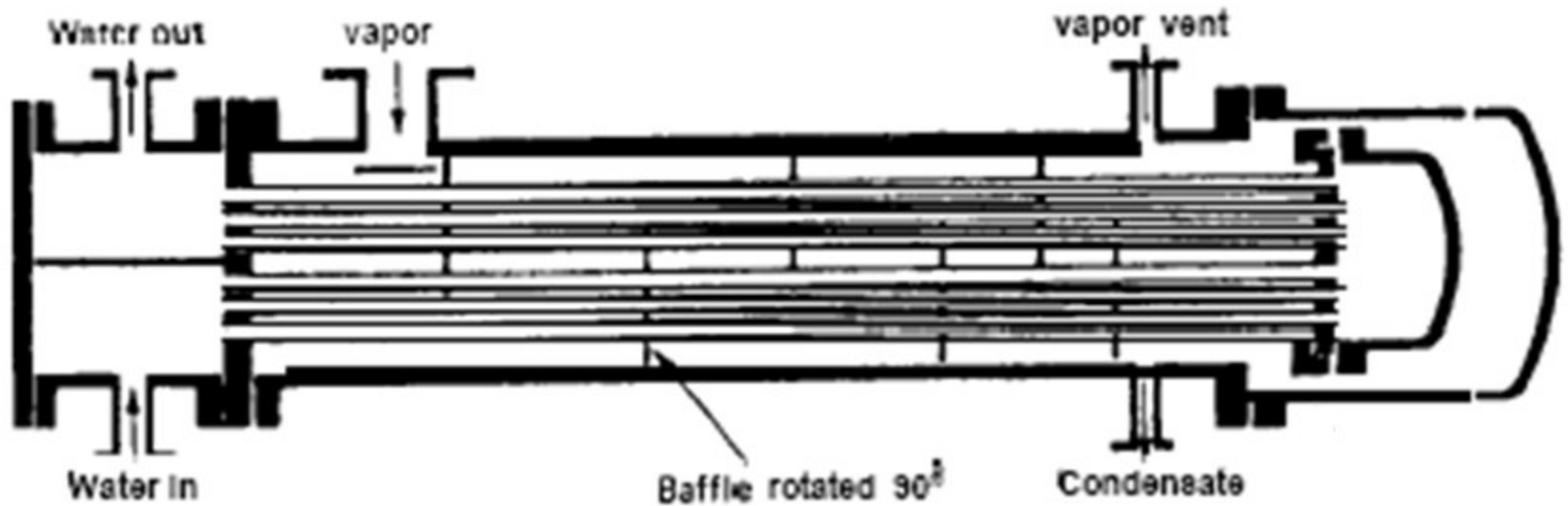


Condensation Inside Horizontal Tubes





Condensation Outside Horizontal Tubes





國立交通大學
National Chiao Tung University

LIMITATIONS



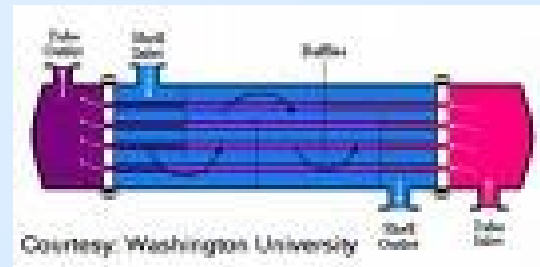
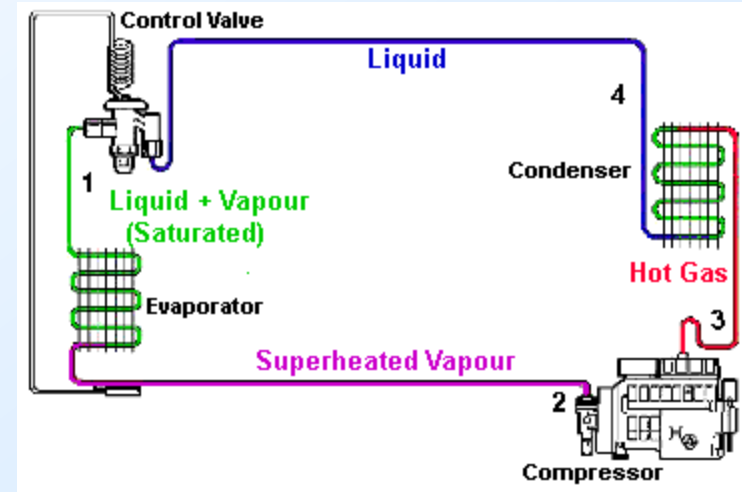
LIMITATIONS

● Corrosion



● Expansion

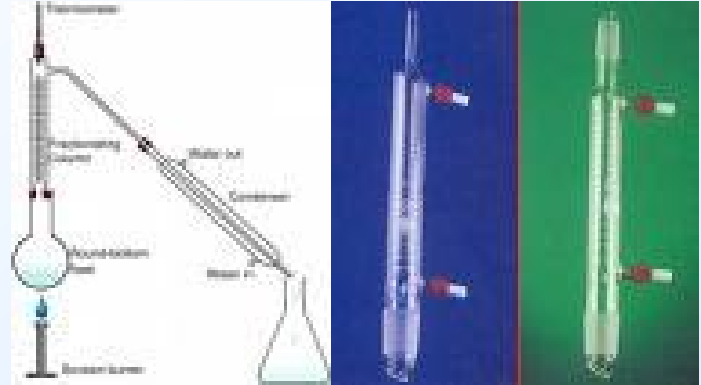
● Arrangement





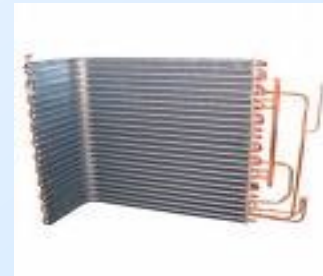
APPLICATIONS

- In laboratory



- Industrial chemical processes

- Air cooled condensers



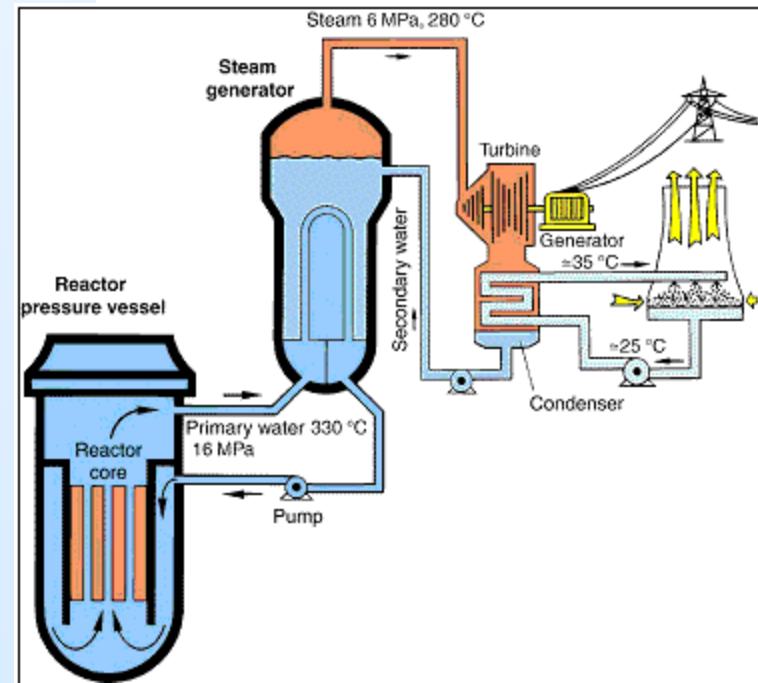
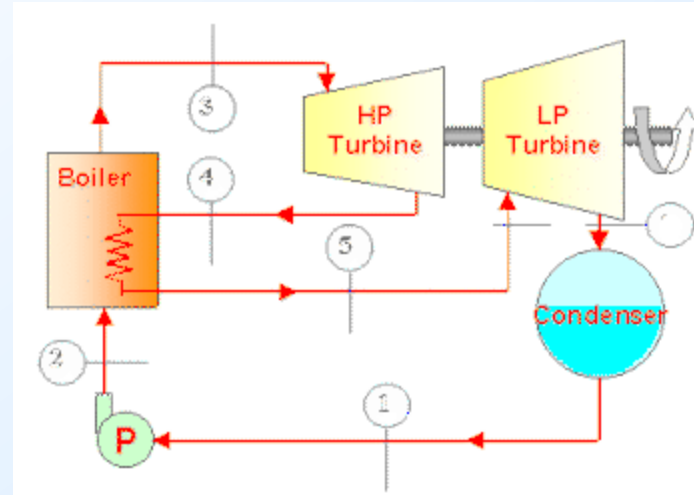


APPLICATIONS

2. Water cooled condensers

- Thermal power stations

- Nuclear power plants





結語

多成分的冷凝與蒸發(或沸騰)為熱交換器設計中常見的應用，型式種類相當多，本章節的目的主要在於提供常用的冷凝與蒸發沸騰的熱流計算方法，這些方法需要用到許多混合物特性的資料，例如VLE等；相較於純物質，熱流計算方法其實並不繁雜，困難的反而是這些特性資料的取得與計算，一般讀者要跨過這個門欄清楚的瞭解這些在化工上相當普遍的資訊並不容易，因此建議入門的讀者可以參考一些化工熱力學的書籍，相信更會讓讀者進入這個領域。



End of 4th Talk,
Questions?